



UNIVERSIDAD VERACRUZANA

FACULTAD DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

LA DISTRIBUCIÓN PARETO COMO MODELO
ESTADÍSTICO DE EVALUACIÓN DE RIESGO
FINANCIERO

TESIS

Que para obtener el Grado Académico de:

Maestra en Estadística Aplicada

PRESENTA:

Genoveva Lorenzo Landa

Director

Mtro. José Martín Cadena Barajas

Xalapa-Enríquez, Ver.

Agosto 2016

UNIVERSIDAD VERACRUZANA
Facultad de Estadística e Informática
MAESTRÍA EN ESTADISTICA APLICADA

**LA DISTRIBUCIÓN PARETO COMO MODELO
ESTADÍSTICO DE EVALUACIÓN DE RIESGO
FINANCIERO**

TESIS

Por:

Genoveva Lorenzo Landa

Elaborada bajo la supervisión del comité particular de asesoría y aprobada como requisito parcial para obtener el grado académico de:

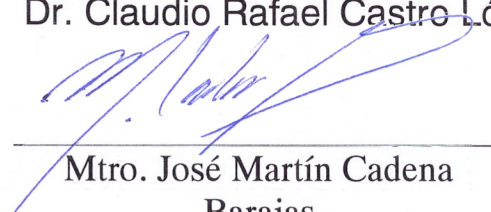
Maestra en Estadística Aplicada

Comité Particular

Asesor principal: Dr. Pedro Ernesto Menéndez Acuña

Asesor: Dr. Ángel Fernando Argüello Ortiz

Asesor: Dr. Claudio Rafael Castro López


Mtro. José Martín Cadena
Barajas
Director de Tesis

Xalapa de Enríquez, Veracruz.,

Agosto 2016

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado bajo la supervisión del Maestro José Martín Cadena Barajas. A él quiero agradecerle profundamente, haber aceptado dirigir esta tesis, todos los conocimientos que de él he recibido y lo más importante: su entrañable amistad.

Finalmente agradezco a mis sinodales por haber dedicado tiempo a la revisión de este trabajo:

Dr. Ángel Fernando Argüello Ortiz

Dr. Claudio Rafael Castro López

Dr. Ernesto Pedro Menéndez Acuña

Descarga de la tesis



<http://www.uv.mx/personal/gelorenzo/tesis>

Para Ximena Desirée

Resumen

En el presente documento se demuestra que en el contexto bursátil la distribución Pareto es un modelo adecuado que sirve para explicar los retornos negativos de los diversos índices como Dow Jones, Standard and Poorts, Nikkei de Japón, FTSE e IPC.

El desempeño de esta distribución ha sido evaluado con la prueba de bondad de ajuste del Valor Absoluto Promedio Escalado.

Asimismo, se propone una aproximación al cálculo de los Valores de Retorno (VaR), utilizando censura tipo I, la cual es equivalente a la Teoría de Valores Extremos, una rama de la Teoría de la Probabilidad cuyo objetivo es, esencialmente, analizar los extremos observados de una distribución y predecir los valores más allá de estos.

Palabras Clave: Índices bursátiles, Distribución Pareto, Retornos negativos, Análisis de Riesgo.

Abstract

In the current document, it is demonstrated that in the context of economy, the Pareto distribution is an adequate model that explains the negative returns of several indexes such as Dow Jones, Standard and Poorts, Nikkei, FTSE and IPC. The performance of this distribution has been evaluated with the Goodness-of-fit test of the Average Scaled Absolute Error (ASAE).

An approximation to the measurement of the Value at Risk (VaR) is also proposed, using censoring Type I, an equivalent to the Extreme Value Analysis (EVA), a branch of the Probability theory which main objective is, essentially, to analyze the observed extreme value distribution and to predict the values beyond.

Keywords: Major Stock indices, Pareto Distribution, Negative Returns, Value at Risk,

Índice

INTRODUCCIÓN	1
I. MODELACIÓN DEL RIESGO FINANCIERO CON LA DISTRIBUCIÓN PARETO	5
1.1 Marco Contextual.....	5
1.2 Marco Teórico.....	9
1.2.1 Retornos	9
1.2.2 Distribución Pareto	10
1.2.3 Estimación por Máxima Verosimilitud	11
1.2.4 Valores de Retorno de la Pareto	13
1.3 Marco Jurídico	14
1.4 Antecedentes.....	17
II. METODOLOGÍA	19
2.1 Prueba del Valor Absoluto Promedio Escalado.....	20
III. ANÁLISIS ESTADÍSTICO	21
3.1 Análisis Descriptivo de los Retornos Negativos	21
3.2 Parámetros estimados.....	26
IV. RESULTADOS	31
4.1 Discusión	32
4.2 Investigaciones Futuras.....	32
REFERENCIAS	34
ANEXO	37

Introducción

Actualmente miles de inversionistas en todo el mundo consultan los índices bursátiles para ayudarse a decidir sus portafolios accionarios. Aunque el mercado de valores es mucho más dinámico, estos indicadores cuantitativos son útiles en una amplia gama de aspectos para los capitalistas en acciones. Los índices de mercado proporcionan una perspectiva histórica de la evolución en las Bolsas de Valores, dando a los actores del sistema financiero más información para la toma de decisiones.

Diversos estudios han mostrado que los diferentes índices se encuentran correlacionados (en mayor o menor medida), es decir, todos se mueven juntos en una dirección, pero el valor de cada índice fluctúa considerablemente con el tiempo, día con día, y eso introduce un riesgo en sí mismos. No obstante existen índices que son más susceptibles a las variaciones del mercado, lo que genera una mayor incertidumbre en sus ámbitos particulares.

Como todo proceso financiero, la administración de los activos resulta una tarea compleja en vista de las múltiples variables (endógenas y exógenas) que afectan el valor de los índices bursátiles. Un aspecto de particular interés se presenta cuando las bolsas alrededor del mundo presentan grandes pérdidas en su valor, al estar relacionados, se refleja directamente en la disminución de sus índices.

A lo largo de la historia se han desarrollado diversas metodologías para estudiar el riesgo de mercado. Las corporaciones tienen la obligación de evaluar periódicamente sus carteras para determinar el capital económico requerido para cubrirse ante pérdidas de gran dimensión. Una medida de riesgo ayuda a comparar distintas alternativas de inversión y a tomar decisiones en base a ellas. Bajo ciertos supuestos las estimaciones del riesgo son consistentes.

Sharpe, Lintner y Mossin desarrollaron el Modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM), el cual sigue la lógica del modelo de Media-Varianza de Markowitz (Luenberger 1998). El modelo CAPM asume que debe tomarse en cuenta el

comportamiento del mercado. La medida de riesgo que maneja este método es el coeficiente beta el cual mide la influencia que tienen los cambios en el mercado en los rendimientos de un activo. Los modelos anteriores estiman el riesgo en términos de las varianzas de los rendimientos de los activos y del mercado. Sin embargo, al medir el riesgo por medio de la varianza tácitamente asumen que existe el segundo momento central de la distribución de la variable en cuestión. Debido a que los rendimientos de los activos, son de colas pesadas el segundo momento no necesariamente existe. Asimismo, asumen que la distribución que siguen los rendimientos es simétrica, lo cual en realidad no se cumple. Por consiguiente, el modelo de media-varianza y el CAPM no miden adecuadamente el riesgo (Embrechts et. al. 2005).

Un método alternativo a la aproximación anterior es el histórico, el cual estima las medidas de riesgo mencionadas a través de una muestra histórica de pérdidas. La primicia es que no requiere asumir una distribución. No obstante, tiene sus desventajas: ignora la posibilidad de obtener una pérdida diferente a los de la muestra, es decir, no permite analizar nuevos escenarios. No existe suficiente información de la cola de la distribución, asimismo, las estimaciones dependen ampliamente de la muestra.

Por otro lado, el método de Monte Carlo radica en generar de manera aleatoria escenarios de ocurrencia de los factores de riesgo que afectan el valor de los activos contenidos en un portafolio de activos financieros. Una vez generados los escenarios, el procedimiento es el mismo que el del método histórico; esto es, se valúa la cartera con los valores de los factores de riesgo asociados a cada escenario y se obtienen las pérdidas o ganancias asociadas a cada escenario, como la diferencia entre su valor actual y el que corresponde al escenario. Las limitaciones de la técnica son que se requieren supuestos sobre las distribuciones de probabilidad que caracterizan el comportamiento de los factores de riesgo, así como sus correlaciones entre sí, lo cual puede conducir a generar escenarios incongruentes con el comportamiento real de los mercados, aún en condiciones de crisis.

Otro método utilizado para abordar este problema es la Teoría de Valores Extremos (TVE). Con este método se modela la distribución de los valores más grandes que puede tomar una variable aleatoria. Una cualidad de esta teoría es que extrapola la cola de la función de distribución a partir de un umbral de una muestra de datos de tal manera que se generen escenarios que el método histórico no es capaz de hacer. Algunos autores han propuesto la distribución t como la distribución que modela la pérdida, aunque la distribución t tiene colas pesadas no representa a la verdadera distribución debido a que las pérdidas muestran asimetría en su distribución en la mayoría de los casos.

Considerando todo lo anterior, Diebold (1998) hace referencia explícitamente a esta cuestión: "Los métodos paramétricos implícitamente se centran en realizar un buen ajuste en las regiones donde están la mayoría de los datos [...], incluso sofisticados métodos no paramétricos [...] es bien conocido que realizan un ajuste pobre".

Una alternativa para afrontar esta cuestión es el uso de la metodología del Valor en Riesgo (VaR por sus siglas en inglés). En diversos libros se han propuesto estimaciones puntuales del VaR. Sin embargo nos enfrentamos ante el problema que es prácticamente imposible que el valor del estimador sea idéntico al verdadero valor. La importancia del manejo del riesgo financiero está en que permite estimar posibles movimientos extremos del mercado financiero.

El interés por realizar el presente trabajo surge de observar el actual panorama económico mundial. Las políticas de una economía de mercado poco pueden hacer ante la volatilidad de los mercados en un corto plazo, ya que esta volatilidad se determina fuera del área de influencia directa de estas políticas. Es así como, junto a la integración financiera global, la volatilidad en los mercados financieros se ha convertido en un tema de particular relevancia para los diferentes agentes económicos. Por lo anterior es necesario el uso de instrumentos robustos que nos

permitan cuantificar el movimiento probabilístico de grandes pérdidas inusuales y desarrollar herramientas para el manejo de riesgos extremos, así como el cálculo adecuado de las magnitudes y probabilidades de grandes pérdidas y poder anticipar eventos extremos tales como choques financieros y crisis monetarias.

La esencia principal de esta investigación radica en validar la pertinencia de un modelo específico que nos permita explicar el comportamiento idóneo de las fluctuaciones en el mercado accionario. Lo anterior nos permitió desarrollar un procedimiento basado en el modelo propuesto para aplicar la teoría de valor en riesgo en la toma de decisiones. De esa manera, nos permite aportar información en el área de la gestión financiera sobre la pertinencia de dicho modelo. De igual forma posibilita explicar los cuantiles del VaR cuando los índices se integran de manera heterogénea. Con respecto a los parámetros se realizó la comparación del parámetro de forma de los retornos para derivar las implicaciones subyacentes.

Recurrimos a emplear herramientas estadísticas para estimar el VaR mediante una distribución específica. La distribución que se postuló es la Pareto, por lo que, después de haberla ajustado a los retornos negativos de los diversos índices, se evalúa la bondad del ajuste con la prueba del Valor Absoluto Promedio Escalado (ASAE, por sus siglas en inglés). Analizamos los efectos del VaR para los diversos portafolios, con el propósito de medir el riesgo extremo y estar preparados para las pérdidas irregulares, centramos el interés del comportamiento de la cola izquierda de la distribución mediante la censura tipo I lo cual es equivalente al enfoque de excedentes sobre umbrales de la metodología de valores extremos, lo que nos proporciona una base teórica sólida para el análisis de los eventos extremos. La estimación de los parámetros la realizaremos a través del método de máxima verosimilitud.

Capítulo I

Modelación del Riesgo Financiero con la Distribución Pareto

1.1 Marco Contextual

En la actualidad sabemos que la sucesiva reducción de los márgenes de intermediación del negocio bancario tradicional ha excitado que las entidades financieras se vuelvan cada vez más hacia los mercados financieros como forma de complementar sus cuentas de resultados. De esta manera, las entidades de crédito a nivel mundial comenzaron a verse potencialmente afectadas, no sólo por el tradicional riesgo de que sus acreedores no devolvieran los créditos, sino también, y de una forma cada vez mayor, por los riesgos derivados de los cambios de los precios de los activos financieros en los que invertían, es decir, los sistemas bancarios a nivel internacional se exponen de forma importante, no solo al tradicional riesgo de crédito, **sino también al de mercado.**

Existen diversos tipos de riesgo, entre los que destacan, el ***Riesgo de mercado:*** es el riesgo que se incurre en un portafolio de inversión debido a cambios del precio en sus componentes como serían los precios de las acciones y bonos, las tasas de cambio, los precios de los bienes, entre otros. El ***Riesgo de crédito:*** se define como la posibilidad de que el deudor de un crédito o de un emisor de deuda no cumpla con el pago al que se comprometió. Y el ***Riesgo de liquidez:*** el cuál es la posibilidad de que un activo no pueda ser comprado o vendido en un momento determinado, entre otros.

Diversos autores han estudiado este problema desde distintas perspectivas: Harry Markowitz, fue el primero en proponer que la volatilidad de un portafolio es una buena medida de riesgo.

BIS (1988), define al riesgo de mercado como el riesgo de pérdidas en las posiciones de dentro y fuera de balance derivadas de movimientos en los precios de mercado.

El **VaR** pretende dar una idea sobre la pérdida en que se puede incidir en un cierto periodo de tiempo determinadas pérdidas y ganancias inciertas, es por eso, necesario asociar probabilidades a las diferentes pérdidas potenciales. De manera más formal, el **VaR** es un “nivel de pérdidas” (de o los activos que se trate) tal, que la probabilidad α de que la pérdida exceda esa cantidad en un periodo de tiempo dado, corresponde a un cierto nivel de confianza el cual es escogido por el analista. Así, el analista fija de antemano el nivel de confianza con el que quiere trabajar y el periodo de tiempo en el que puede ocurrir la pérdida de los activos financieros a los que se les quiera medir su riesgo. A partir de estos dos parámetros, el **VaR** corresponde al cuantil asociado al nivel de confianza fijado de la distribución de probabilidades de pérdidas y ganancias que puede tener el conjunto de activos en un horizonte de tiempo dado, considerando las condiciones de incertidumbre que prevalecen en ese momento en el mercado.

JP Morgan (1996), fue el primero en introducir el VaR como una medida de riesgo en su publicación, Riskmetrics, la cual llegó a ser ampliamente aceptada como una medida básica del riesgo en el mercado financiero después de que el Acuerdo de Basilea II adoptó el VaR como medida de riesgo preferido a finales de 1990.

Para anticipar la volatilidad de los mercados, se ha desarrollado metodología estadística para cuantificar el riesgo. Esta metodología se denomina Valor en Riesgo y se pueden encontrar un gran número de definiciones alrededor de este concepto. Por ejemplo, Jorion (1997), define el VaR como un método de cálculo del riesgo de mercado que utiliza técnicas estadísticas estándar para medir la peor pérdida previsible del valor de una cartera de activos (V) en un intervalo de tiempo (h) bajo condiciones normales de mercado a un nivel de confianza dado (u) .

Para Prisker (1996), el VaR puede entenderse, como el volumen de capital que la entidad requeriría para absorber las pérdidas registradas por su cartera en casi todas las circunstancias.

El VaR permite que los reguladores financieros realicen una valoración cuantitativa y así planear de acuerdo a este escenario. El VaR está basado en un cuantil que **mide la pérdida esperada de un portafolio sobre un período específico de tiempo para un nivel de probabilidad dado.**

La mayoría de los modelos VaR utilizan la distribución normal para modelar la distribución de la variable de mercado. Sin embargo, los cambios en esta variable exhiben en muchos casos un marcado sesgo, por lo que se considera adecuado emplear otras distribuciones diferentes de la normal.

Por otra parte, la metodología VaR no considera a los eventos extremos ya que se enfoca en toda la distribución de los retornos. Por lo que se requiere de un método que mejore el manejo del riesgo financiero, en particular, de modelos que permitan analizar el comportamiento de los retornos R_t extremos (los de mayor interés) de los diversos instrumentos financieros.

Básicamente en series financieras se observa el fenómeno de colas gruesas, que corresponde a una mayor densidad probabilística en las colas de la distribución (que generalmente se traduce en altas curtosis, bastante mayores a 3 desviaciones como corresponde a una distribución normal). Este solo hecho es bastante relevante a efectos de evaluar el riesgo, pues justamente lo que deseamos cubrir es la posibilidad de grandes pérdidas, las cuales se ubican en las colas.

La Teoría de Valores Extremos nos permite identificar la distribución límite de los máximos de una variable aleatoria. Esos excesos, los valores por encima de un umbral alto especificado, deben ser generados por la distribución Pareto Generalizada (GPD, por sus siglas en inglés) (Balkema y de Haan, 1974; Pickands, 1975). Ha

habido mucha investigación relacionada con la aplicación de la Teoría del Valor Extremo de gestión y series financieras, por ejemplo, el trabajo de Embrechts, Resnick y Samorodnitsky (1999), Gilli (2006), y McNeill (1999). Dicha teoría también se aplica en muchos otros mercados, por ilustrar algunos, estudios sobre el petróleo crudo, estudios en mercados agrícolas etc, (ver Giles y Ren (2007), y Odening y Hinrichs (2003)). Además las falacias de la Teoría del Valor Extremo se discuten en Diebold, Schuermann y Stroughair (2000).

En situaciones de crisis financiera la compensación se eleva aún más. En este contexto de trade-off entre el riesgo y la utilidad, los instrumentos financieros se valoran de acuerdo con el rendimiento que ofrecen y el riesgo que se deriva de ellos. **La volatilidad de los precios financieros principales se percibe como principal medida del riesgo financiero y, por lo tanto, se utiliza para tomar decisiones de inversión.**

Es así que la importancia del manejo del riesgo financiero está en que permite estimar posibles movimientos extremos del mercado financiero.

En el medio bursátil, los índices sirven como medio de pronóstico de precios. Los índices de las economías más fuertes, que destacan en el mercado financiero internacional son: el Standard & Poors (S&P), el Índice Industrial (Dow Jones), y el Nikkei de Japón.

En México el principal indicador que calcula la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) es el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC). Los índices de precios se integran por muestras de acciones del mercado que se consideran representativas, debido a diversos factores, entre los que destacan el tamaño de las empresas emisoras de las acciones así como su importancia dentro del sector económico.

El IPC enumera el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra de 35 acciones que cotizan en la BMV los cuales operan en

diferentes sectores de la economía. Esta muestra de emisiones es una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto total de acciones cotizadas en la Bolsa.

1.2 Marco Teórico

El riesgo es, sustancialmente, la posibilidad de que ocurra algún evento desfavorable que no deseamos que ocurra. En finanzas, el riesgo es que un inversionista tenga una pérdida en un determinado tiempo al invertir en un instrumento financiero como las acciones, los bonos, los créditos, las tasas de cambio, entre otros.

El VaR es la pérdida máxima que se obtiene al invertir en un activo o portafolio a un nivel de confianza y en un horizonte de tiempo dado, es decir, mide la posible pérdida máxima esperada durante un determinado intervalo de tiempo, es decir, representa una medida resumida del riesgo de mercado. Algunas cualidades que se destacan es que se puede aplicar a cualquier activo sin importar su composición.

El modelo matemático se describe por:

$$\text{VaR}_p = F^{-1}(p), 0 < p < 1,$$

donde F es la función de distribución de las pérdidas. De esta forma, se requiere estimar el valor en riesgo financiero, de manera que la probabilidad de exceder tal valor sea pequeña.

Por lo tanto un modelo VaR nos permite cuantificar el riesgo al determinar cuánto caería el valor del portafolio en un período de tiempo dado y dada la probabilidad p .

1.2.1 Retornos

Dentro de un mercado financiero los instrumentos financieros se valoran de acuerdo a su rendimiento y riesgo. El rendimiento o rentabilidad de un instrumento financiero (ya sea un bono, una acción) en un período de tiempo dado $[0, T]$, denotado por R_T , se determina por el incremento del precio de la acción entre el período final S_T y el período inicial S_0 , con respecto al periodo inicial S_0 .

$$R_T = \frac{S_T - S_0}{S_0}$$

El retorno en el tiempo t es el rendimiento expresado en relación al tiempo anterior

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

1.2.2 Distribución Pareto

La distribución Pareto o Ley de Potencia fue formulada por el profesor de economía Vilfredo Pareto, originalmente para modelar distribuciones de ingreso. A partir del trabajo de Pareto se han propuesto una gran variedad de generalizaciones de esta distribución incluyendo algunas versiones discretas y extensiones multivariadas. Aparecen en una gran cantidad de fenómenos, por ejemplo, en física, biología, demografía, ciencias de la Tierra, economía, finanzas, por mencionar sólo algunas. En este trabajo utilizamos a la distribución Pareto como originalmente fue propuesta por Pareto (1897), para demostrar que las colas de la distribución de los retornos de los índices, se describen adecuadamente por distribuciones de ley de potencia.

Se dice que la variable aleatoria X sigue la distribución Pareto con parámetros α y θ si su función de distribución es

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^\alpha, x > \theta$$

Donde θ es un parámetro positivo de escala y α es un parámetro positivo que se le conoce como Índice de Pareto y corresponde al negativo de la pendiente de $\log(1 - F(x))$ vs $\log(x)$.

La función de densidad de la distribución Pareto es

$$f(x) = \alpha\theta^\alpha x^{-(\alpha+1)}, x > \theta$$

Si X es Pareto con parámetros α y θ , lo denotamos $X \sim P(\alpha, \theta)$. Se han graficado las funciones de distribución y de densidad de la Pareto para ilustrar las funciones para diferentes valores de α (Ver Figura 1).

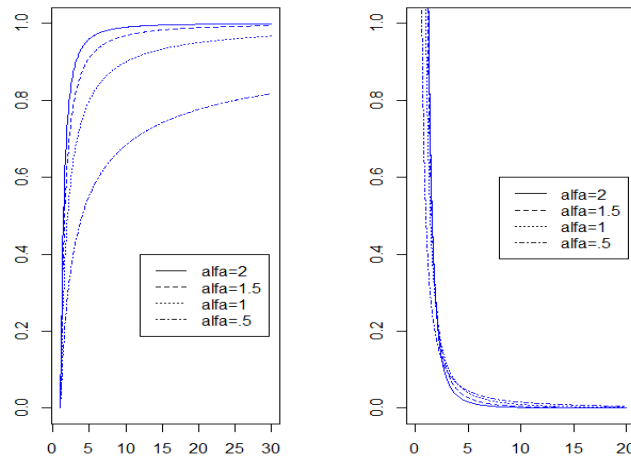


Figura 1. Funciones de distribución y densidad de la Pareto para diferentes valores del parámetro α y θ .

1.2.3 Estimación por Máxima Verosimilitud

La función de verosimilitud de una muestra aleatoria X_1, \dots, X_n para la distribución Pareto es

$$L(\alpha, \theta) = \prod_{i=1}^n \alpha \theta^\alpha X_i^{-(\alpha-1)}$$

El estimador de máxima verosimilitud de α es

$$\hat{\alpha} = n \left[\sum_{i=1}^n \log \frac{X_i}{\hat{\theta}} \right]^{-1}$$

y de θ es $\hat{\theta} = \min_i x_i$. Además el valor esperado del estimador de forma se puede demostrar

$$E(\hat{\alpha}) = \frac{n\alpha}{n-2}, \quad n > 2$$

$$Var(\hat{\alpha}) = \frac{n^2\alpha^2}{(n-2)^2(n-3)}, \quad n > 3$$

Así mismo el valor esperado y la varianza, del estimador del parámetro de escala queda expresado como

$$E(\hat{\theta}) = \frac{n\theta\alpha}{n\alpha - 1}, \quad n > \frac{1}{\alpha}$$

$$Var(\hat{\theta}) = \frac{n\theta\alpha^2}{(n\alpha - 1)^2(n\alpha - 2)}, \quad n > \frac{2}{\alpha}$$

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\theta}$ son estimadores consistentes de α y θ , respectivamente. Asimismo $2n\alpha/\hat{\alpha}$ se distribuye como una χ^2 con $2(n-1)$ grados de libertad, de modo que un intervalo de confianza para α esta representado por

$$\left(\hat{\alpha} \chi_{2(n-1), \alpha/2}^2 (2n)^{-1}, \hat{\alpha} \chi_{2(n-1), 1-\alpha/2}^2 (2n)^{-1} \right).$$

1.2.4 Valores de Retorno de la Pareto

La variable aleatoria X sigue la distribución Pareto, denotado $X \sim P(\alpha, \theta)$ y sea $u > \theta$ un valor fijo, entonces, la función de distribución de condicional de la variable aleatoria $X - u | X > u$ es

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) = \frac{\left[1 - \left(\frac{\theta}{u+x}\right)^\alpha - 1 - \left(\frac{\theta}{u}\right)^\alpha\right]}{\left(\frac{\theta}{u}\right)^\alpha} = 1 - \left(\frac{u}{u+x}\right)^\alpha$$

De manera que si X sigue la distribución Pareto con parámetros α y θ , entonces la variable aleatoria $X - u | X > u$ también es Pareto con el mismo parámetro α y parámetro de escala u .

Sea u tal que $P(X > u) = 1 - q$ para $0 < q < 1$, de modo que

$$1 - F_u(x) = \frac{1 - F(u+x; \alpha, \theta)}{1 - F(u; \alpha, \theta)}$$

Por lo que la cola derecha de X que excede a u , $P(X > u+x)$ está dada por

$$1 - F(u+x; \alpha, \theta) = [1 - F(u; \alpha, \theta)][1 - F_u(x)] = P(X > u)P(X - u > x | X > u)$$

para $x > 0$. Si $q = 1 - r/n$ donde r es un entero positivo menor que n , entonces una estimación de $P(X > u)$ basada en los r estadísticos de orden más grandes está dada por r/n . Si $\hat{\alpha}$ y $\hat{\theta}$ son estimadores de los parámetros de X , y puesto que F_u es

Pareto con el mismo exponente α que F y con parámetro de escala u , entonces una estimación de la cola derecha de X es

$$\hat{P}(X > u + x) = 1 - F(u + x; \hat{\alpha}, \hat{\theta}) = \frac{r}{n} \left(\frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\alpha}}, \quad x > \hat{\theta}$$

De tal manera que un estimador del cuantil x_p de F se obtiene resolviendo la ecuación $F(x_p; \hat{\alpha}, \hat{\theta}) = p$ para x_p , es decir, resolviendo para x_p la ecuación

$$F(x_p; \alpha, \theta) = \hat{P}(X \leq x_p) = 1 - \left(\frac{\hat{\theta}}{x_p - u} \right)^{\hat{\alpha}} = p$$

Lo que resulta en

$$\hat{x}_p = u + \hat{\theta} \left(\frac{r}{n(1-p)} \right)^{1/\hat{\alpha}}$$

Este cuantil es el VaR estimado de la variable X con la distribución Pareto.

1.3 Marco Jurídico

La discusión del “Marco Jurídico” está basado en “*El Mercado de Valores Gubernamentales en México*” (Banco de México et. al MS) y el “Acuerdo de Basilea II”.

El 30 de diciembre de 2005 en el Diario Oficial de la Federación se expide la Ley del Mercado de Valores (LMV), con el objeto de fomentar el desarrollo del mercado de valores en un contexto de sana emulación y protección de los intereses del público inversionista que procure minimizar el riesgo sistémico, así como regular a los

participantes del mercado. Además de las obligaciones de las personas que operan con valores y las facultades de las autoridades que lo regulan

Se creó el Registro Nacional de Valores (RNV), con el propósito de organizar mejor el mercado, el cual está en función de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) y en él son inscritos los valores objeto de oferta pública. Si bien la compra y venta de valores puede realizarse por cualquier persona, la intermediación con valores inscritos en el RNV sólo se puede proporcionar por entidades financieras autorizadas para actuar como intermediarios del mercado de valores, los cuales son instituciones de crédito, casas de bolsa, sociedades operadoras de sociedades de inversión, Afores, sociedades distribuidoras de acciones de sociedades de inversión y entidades financieras autorizadas para actuar con el referido carácter de distribuidoras.

A partir del 19 de julio de 1990 se hace vigente el servicio de banca y crédito sólo puede prestarse por instituciones de banca múltiple y de banca de desarrollo, de acuerdo con la Ley de Instituciones de Crédito (LIC). Este servicio consiste en la captación de recursos del público en el mercado nacional para su colocación en el público, mediante actos causantes de pasivo directo o contingente, quedando el intermediario obligado a cubrir el principal y, en su caso, los accesorios financieros de los recursos captados.

La Administración Pública Federal (APF), tiene como entidades a las instituciones de banca de desarrollo con personalidad jurídica y patrimonio propio, constituidas con el carácter de sociedades nacionales de crédito, que se especializan en actividades productivas determinadas por el Congreso de la Unión. Se encuentran reguladas por la LIC y por su respectiva ley orgánica.

Por otro lado, las instituciones de banca múltiple, son sociedades anónimas que deben contar con autorización del Gobierno Federal a través de la CNBV, previa opinión favorable del Banco de México. Asimismo, si una entidad financiera del exterior

desea operar una filial en territorio mexicano, se requiere la autorización de la CNBV, quien debe escuchar la opinión del Banco de México. Dichas filiales podrán realizar las mismas operaciones que las instituciones de banca múltiple.

La protección y defensa de los clientes de las instituciones de crédito está a cargo de la Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios de Servicios Financieros (CONDUSEF) la que, en caso de cualquier irregularidad, debe dar aviso a la CNBV para su evaluación. La regulación y supervisión de las instituciones de crédito está a cargo de la CNBV, quien además de emitir disposiciones puede efectuar visitas a las instituciones. Dichas instituciones de crédito, además deben acatar la normativa que emite el Banco de México.

Las normas emitidas por la CNBV aplicables a las instituciones de crédito están orientadas a preservar la solvencia, liquidez y estabilidad de dichas instituciones. Para ello se han construido instrumentos de medición que reflejen mejor los riesgos crediticios, de mercado y operacional. En estas medidas de riesgo, las operaciones que realizan con el Gobierno Federal, IPAB o Banco de México se calculan a riesgo de crédito de cero por ciento, es decir, se consideran libres de riesgo. En el mismo sentido, las instituciones tienen límites máximos de financiamiento a una misma persona o grupo de personas, excepto cuando el financiamiento esté garantizado con valores del gobierno mexicano o si el financiamiento es otorgado directamente al Gobierno Federal, al Banco de México o al Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB), en cuyo caso la institución no está obligada a sujetarse a los aludidos límites máximos de financiamiento.

Para vigilar sus requerimientos de capitalización, las instituciones de banca múltiple están obligadas a proporcionar toda la información relevante al Banco de México para que sea éste quien calcule sus indicadores de capitalización, en los cuales se considerarán tanto las operaciones en territorio nacional como en sus agencias y

sucursales en el extranjero. En caso de que la CNBV no considere suficientes las medidas de capitalización, podrá ordenar la aplicación de medidas correctivas e, inclusive, requerir a cualquier institución aumentar su capital, siempre escuchando la opinión del Banco de México. Otra obligación que tienen las instituciones de banca múltiple es cubrir las cuotas ordinarias y extraordinarias que el IPAB determine, las cuales son usadas para garantizar la solvencia del sistema bancario.

Las instituciones de crédito están autorizadas a operar con valores, en términos de la LIC y de la LMV, así como de las disposiciones secundarias que de ellas emanen. Las operaciones de reporto, préstamo de valores, así como la realización de operaciones derivadas se deberán ajustar a la regulación del Banco de México (ver Tabla 1).

	Escala	S&P	Moody's	Fitch	HR Ratings
Corto Plazo	Local	mxA-3	MX-3	F ₃ (mex)	HR ₃
	Global	A-3	3	F ₃	HR ₃ (G)
Largo Plazo	Local	mxAA-	Aa ₃ .mx	AA-(mex)	HR AA-
	Global	AA-	Aa ₃	AA-	HR AA-(G)

Tabla 1. Calificaciones mínimas para operaciones de reporto. Fuente: Banco de México

1.4 Antecedentes

La crisis financiera de 2008 nos llevó a una recesión económica mundial. El incidente en el mercado de hipotecas de alto riesgo fue el comienzo de una pesadilla para muchos inversores. Algunas de las lecciones que debemos aprender de dicha catástrofe financiera, que causó millones de dólares en pérdidas, es la importancia de la gestión de riesgos. Estas fluctuaciones han tenido un impacto directo en los mercados financieros internacionales y por lo tanto en los ciclos económicos de las

principales economías, lo cual se ve reflejado en el medio de vida de los agentes económicos. Los reguladores y supervisores de las instituciones financieras han estado luchando durante años para sensibilizar al público sobre el control de riesgos en las actividades de inversión. El Acuerdo de Basilea II, un acuerdo internacional sobre la regulación bancaria, establece un requisito de capital mínimo para los bancos de acuerdo con las estimaciones de riesgos calculados por los bancos sobre una base diaria. El Acuerdo de Basilea II se aplica ampliamente en muchos países incluyendo los EE.UU., Canadá, Australia y la UE. (Más sobre <http://www.bis.org>). La medida del riesgo adoptado por el Comité de Basilea para cuantificar el mercado o los riesgos operacionales es el Valor en Riesgo (VaR).

Cano (2008), presenta una investigación de Valor en Riesgo, basada en umbrales altos, mientras que Coronel-Brizio y Hernández-Montoya (2010), estudian la Prueba de Anderson-Darling para la distribución de la ley de potencia de muestras censuradas por la Izquierda. Consecutivamente Coronel-Brizio y Hernández-Montoya (2010), modelan el índice industrial utilizando la distribución Pareto con censura tipo II.

Lorenzo (2011), demuestra que la distribución Pareto es un modelo adecuado para describir los retornos del IPC, probando su bondad de ajuste con el estadístico de Anderson-Darling; posteriormente, Lorenzo (2014) realiza una comparación entre la distribución Pareto y Pareto Generalizada, determina que la distribución Pareto es la más adecuada para describir los retornos negativos del IPC. Aunque ambas distribuciones son adecuadas para explicar la cola de la distribución, da un mejor ajuste la Distribución Pareto debido a que los retornos negativos del IPC, son de cola pesada, sin embargo, existen datos de cola más pesada, cuando se presenta dicho fenómeno es conveniente analizarlos con la Pareto Generalizada.

Capítulo II

Metodología

La metodología aplicada en todos los aspectos, establece la base de cualquier proyecto, ya que la confiabilidad de los resultados obedece completamente de que la metodología utilizada sea la adecuada para recabar la información requerida. Los datos estadísticos que se utilizan en este trabajo fueron extraídos mediante el acceso a las series históricas de tres de los principales indicadores mundiales y el correspondiente a nuestro país (<http://mx.finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EMXX>).

Los pasos a seguir para modelar los retornos negativos con la distribución Pareto de las series financieras son los siguientes:

1. Obtener los datos de los siguientes índices financieros (IPC, S & P, Nikkei y FTSE) correspondientes al periodo 1991-2015.
2. Graficar la serie de tiempo de los diversos índices (Ver Figuras 2, 3, 4 y 5).
3. Posteriormente, Graficar los retornos de dichos índices
4. Explorar los retornos negativos mediante la realización de un histograma y un diagrama de caja en valor absoluto.
5. Fijar la confiabilidad con la que se desea trabajar, para este trabajo se fija de 0.01 así como el umbral u .
6. Obtener los estimadores de la distribución Pareto $\hat{\alpha}$ y $\hat{\theta}$ mediante máxima verosimilitud.
7. Una vez calculado los estimadores, graficar los parámetros estimados.
8. Probar bondad de ajuste de los estimadores mediante el Valor Absoluto Promedio Escalado (ASAE).
9. Graficar el VaR para cada índice.

2.1 Prueba del Valor Absoluto Promedio Escalado

Se modelan los índices bursátiles con la distribución Pareto, ajustándola a los retornos y evaluando su bondad de ajuste, por lo que esto nos conduce a las llamadas pruebas de bondad de ajuste. Las pruebas de bondad de ajuste son procedimientos que permiten decidir si un conjunto de datos observados es consistente con una distribución de probabilidad dada. Generalmente dichas pruebas miden el grado de ajuste que existe entre la función de distribución de los datos y la distribución teórica que se supone debe seguir esa muestra.

Formalmente una prueba de bondad de ajuste es un procedimiento para probar la siguiente hipótesis:

Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución F y sea F_0 una distribución completamente específica. Una prueba de bondad de ajuste es una prueba estadística de la siguiente hipótesis nula

$$H_0: F = F_0.$$

Para este fin utilizaremos la prueba del Valor Absoluto Promedio Escalado, ASAE (Castillo y Hadi, 1997) para la distribución Pareto.

$$ASAE = \frac{1}{k} \sum_{i=n-k+1}^n \left(\frac{|x_{(i)} - \hat{x}_{(i)}|}{x_{(n)} - x_{(n-k+1)}} \right)$$

donde $x_{(i)}$, son los estadísticos de orden y $\hat{x}_{(i)}$ son los cuantiles estimados con el modelo.

Capítulo III

Análisis Estadístico

3.1 Análisis Descriptivo de los Retornos Negativos

En la Figura 2 podemos observar que el retorno negativo más elevado fue de -0.143 y se alcanzó durante los últimos meses de 1997. En 1999 hubo otro salto importante y a continuación se redujo la volatilidad en el mercado accionario.

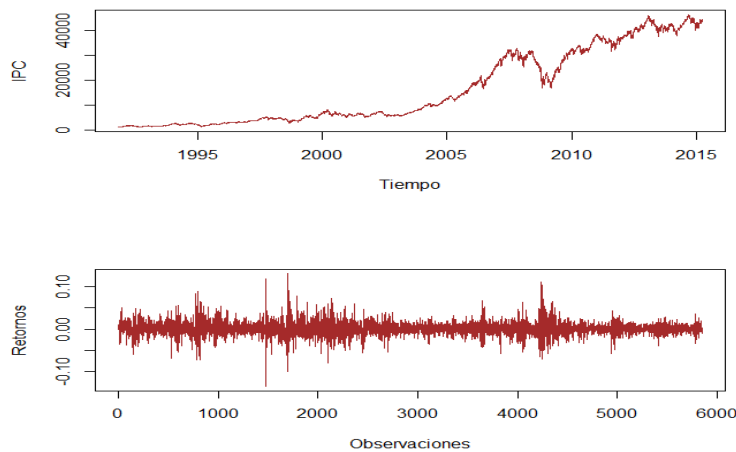


Figura 2. Parte Superior: IPC del 8/11/1991 al 20/05/2016. Parte Inferior: Retornos.

Se puede apreciar un pronunciado crecimiento del valor promedio de las acciones a partir del año 2003. Esto es producto de reformas financieras realizadas principalmente durante el gobierno de Carlos Salinas de Gortari cuando se realizó la desregulación del sistema financiero (Ver Figuras 3, 4 y 5). De este proceso de desregularización cabe mencionar la Ley de Instituciones de Crédito y la Ley Reguladora para Grupos Financieros en 1990 y la autonomía del Banco de México a partir de 1994. Así también, el sistema financiero mexicano, una vez sentadas las

bases para su modernización, se ve beneficiado por la puesta en marcha del Tratado de Libre Comercio para Norte América.

En la Figura 3 podemos observar la serie histórica del Standar and Poors, en la parte inferior se visualizan las fluctuaciones se puede observar que el negativo más elevado se presentó en 2008.

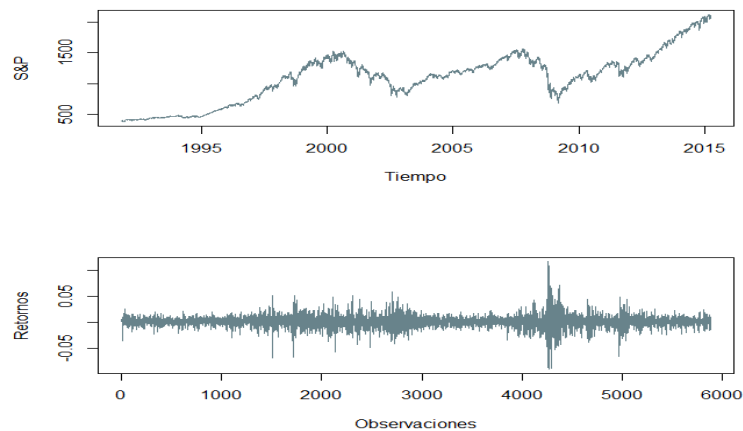


Figura 3. Parte Superior: Standar and Poors del 8/11/1991 al 20/05/2016. Parte Inferior: Retornos.

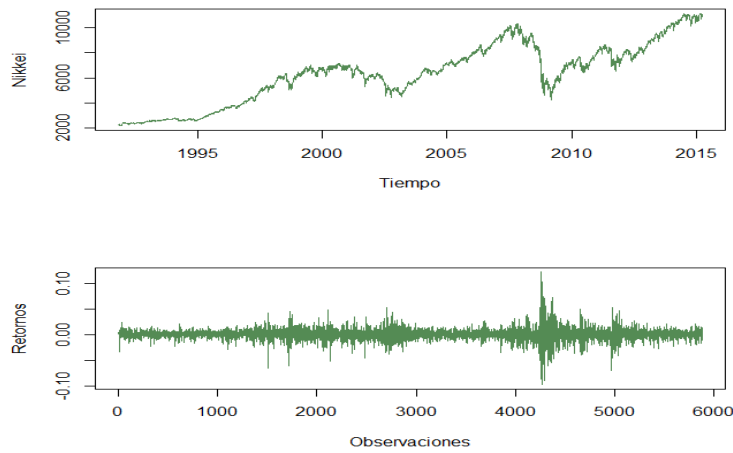


Figura 4. Parte superior: Nikkei de Japòn del 8/11/1991 al 20/05/2016. Inferior: Retornos.

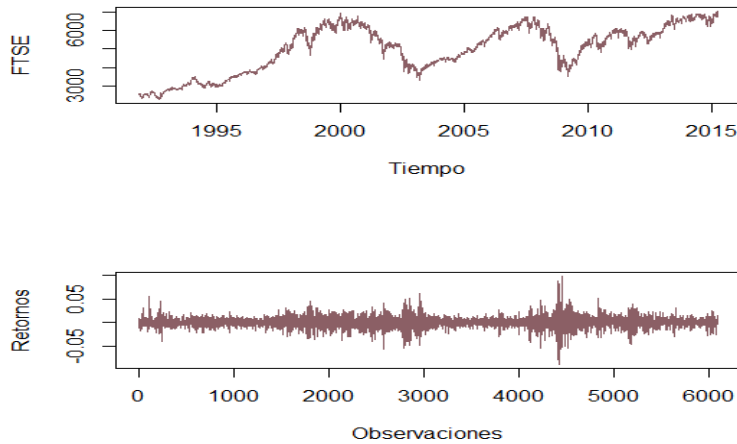


Figura 5. Parte Superior: FTSE del 8/11/1991 al 20/05/2016. Parte Inferior: Retornos.

Debido al choque financiero global que desde el 2008 (Ver Figuras 2, 3, 4, 5) y hasta la actualidad afecta a las economías del mundo, vemos que la volatilidad volvió a aumentar significativamente desde finales de 2008, alcanzó sus niveles más extremos en el 2009, para bajar un poco en el 2010 y el 2011.

Debido a que nos interesa modelar las pérdidas negativas de los índices se procede a graficar los retornos mediante un histograma, exclusivamente los negativos, y obtenemos su valor absoluto para el IPC, Stándar & Poors, Nikkei y FTSE (Ver Figura 6, 7, 8) se observa que presentan un pronunciado sesgo positivo para los 4 índices que se están analizando. Su movimiento es muy parecido, esto se debe a que el periodo de estudio es el mismo para todos. Aunque los retornos son heterogéneos entre cada índice se vuelven homogéneos en su composición pues el retorno se calcula de igual manera. Posteriormente se grafica el diagrama de caja, en él se pueden ver claramente los datos extremos, que son donde se centra la modelación.

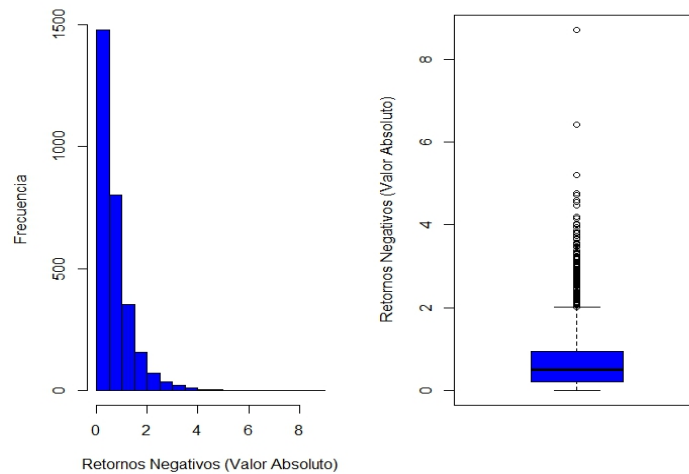


Figura 6. Histograma de los Retornos del IPC en Valor Absoluto

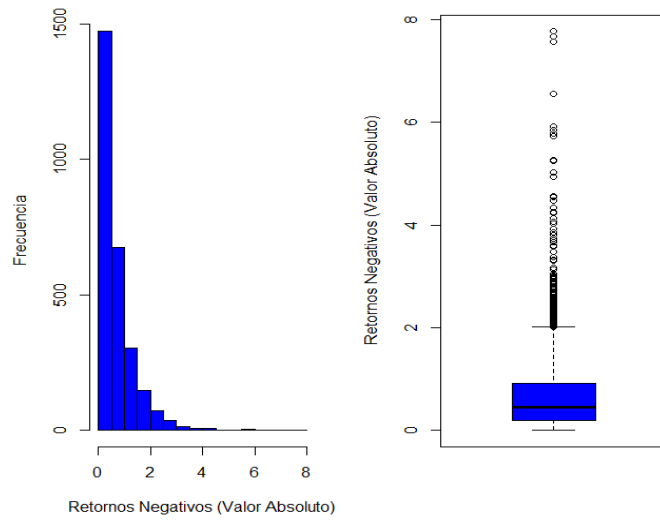


Figura 7. Histograma de los Retornos del S&P en Valor Absoluto

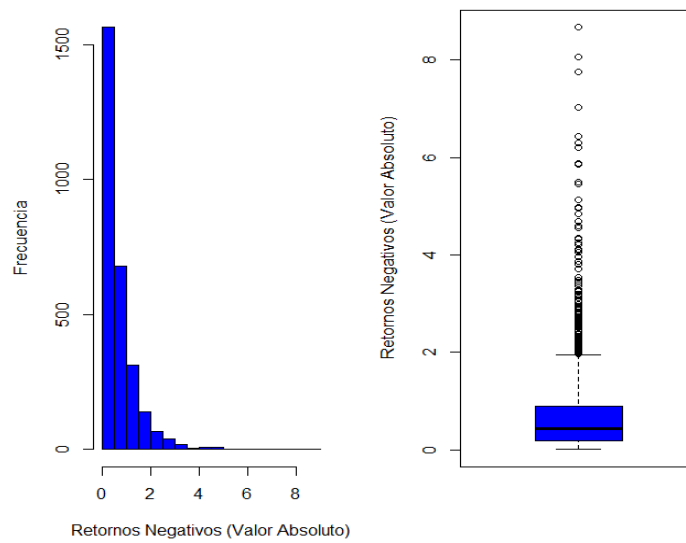


Figura 8. Histograma de los Retornos del Nikkei de Japón en Valor Absoluto

3.2 Parámetros estimados

De las 5, 813 observaciones, correspondientes al periodo 1991-2016, centramos el interés en 2,815 observaciones corresponden a los retornos negativos, de los cuales nos quedamos con la cola derecha de la distribución determinada por el 10%, es decir, nos quedamos con $r = 281$ observaciones. Censuramos por la izquierda 100 observaciones y calculamos el VaR con los 181 datos más grandes.

Se grafica el parámetro de forma y de escala para los 4 índices con la distribución Pareto (Ver Figura 9, 10, 11).

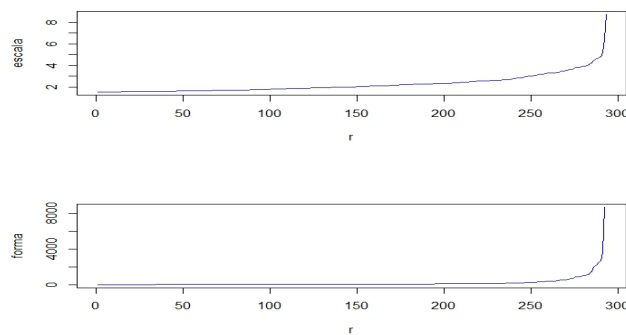


Figura 9. Estimación de los parámetros del IPC

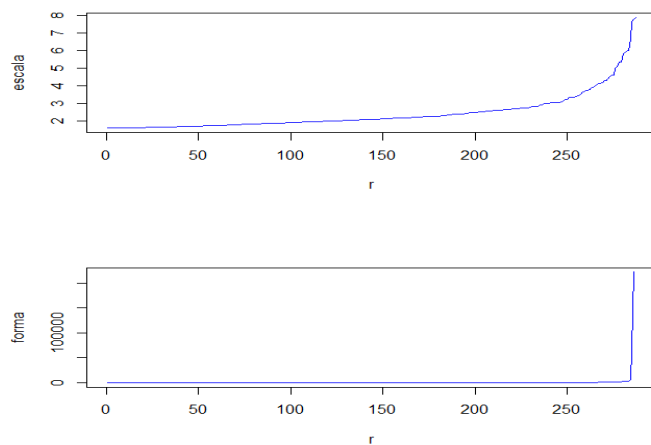


Figura 10. Estimación de los parámetros del Standar and Poors

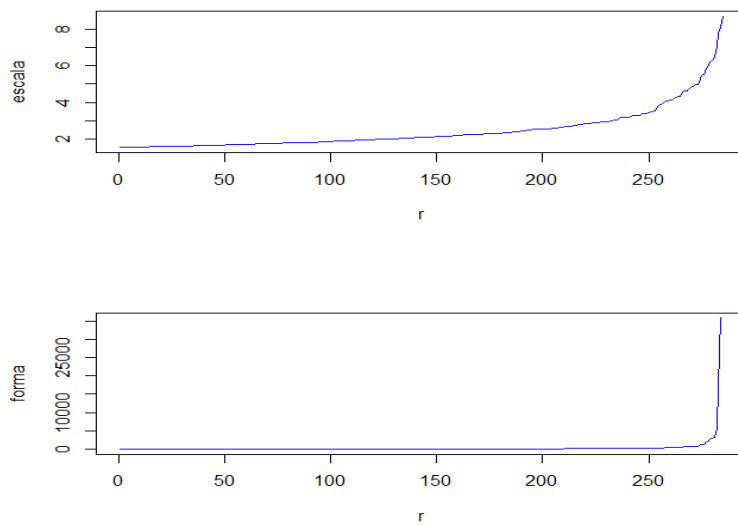


Figura 11. Estimación de los parámetros del Nikkei

Podemos decir que los parámetros son estables con dicha distribución, a medida que aumentamos su proporción de censura, el parámetro se vuelve inestable, esto se debe a que nos vamos quedando sin datos.

3.3 VaR con la Distribución Pareto

Una vez que se modelaron los índices, se estimaron los parámetros de escala y forma, se grafica el VaR para los índices analizados (Ver Figura 12, 13, 14, 15).

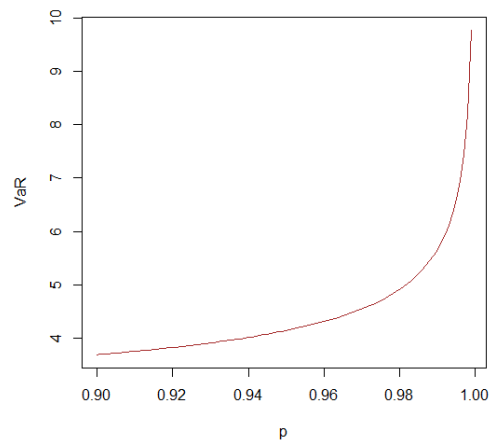


Figura 12. VaR-IPC

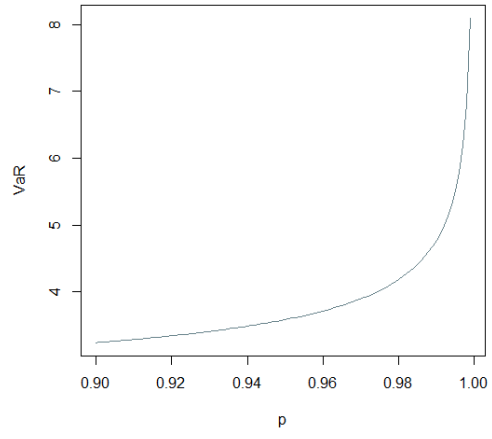


Figura 13. VaR-S&P

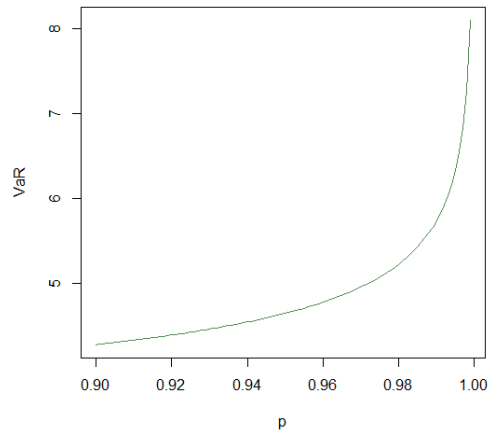


Figura 14. VaR-Nikkei de Japón

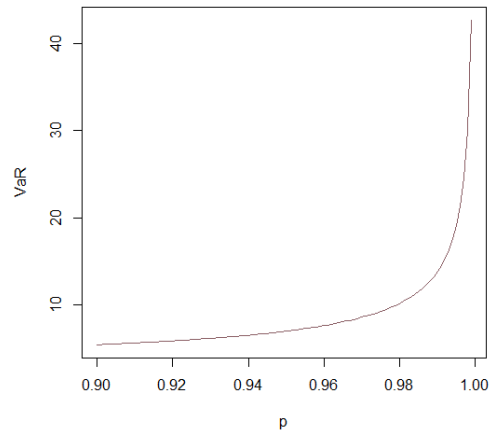


Figura 15. VaR-FTSE

Se observan los cuantiles (Ver Figura 12, 13, 14 y 15), de la peor pérdida que pueda esperarse, con cierto nivel de probabilidad.

Capítulo IV
Resultados

Para realizar la comparación entre los índices se ajustó el modelo de Pareto por separado para cada índice. Los hallazgos de este trabajo demuestran que la distribución Pareto describe adecuadamente la cola de la distribución de los retornos negativos, es decir, la distribución Pareto es un modelo adecuado para explicar las pérdidas financieras de las economías más importantes. La estimación de los parámetros se hizo por máxima verosimilitud usando el software R. Podemos ver que el comportamiento del parámetro de forma y escala (*Ver Tabla 2*) para el S&P, Nikkei, IPC, FTSE, son similares entre ellos. Esto significa que si aumentamos la proporción de censura para los índices (de igual forma) las estimaciones de los parámetros se siguen comportando de manera semejante y viceversa. La bondad de ajuste (ASAE) nos dice que los datos observados (índices) son consistentes con la distribución Pareto.

Índice	Parámetro de forma α	Parámetro de escala θ	ASAE
S & P	2.976	1.311	0.35
Nikkei	4.814	2.386	0.40
IPC	3.148	1.833	0.19
FTSE	1.867	3.456	0.21

Tabla 2. Parámetros estimados y estadístico ASAE

El modelo propuesto es pertinente, para explicar el comportamiento en el mercado financiero.

4.1 Discusión

El modelo se ha criticado en diferentes perspectivas: desde que el VaR no es una medida adecuada para medir riesgo hasta incluyendo sesgo por variables omitidas. Una explicación detallada del modelo de Pareto se puede ver en Pareto, V. (1897) y la estimación del VaR Embrechts et al. (1997).

Sin embargo, se demuestra que la distribución Pareto proporciona un ajuste adecuado a los retornos máximos estandarizados de los índices analizados. Al estimar los parámetros de escala y forma para los diversos índices son similares, si se aumenta la proporción de censura las estimaciones de los parámetros se siguen comportando de manera semejante.

Al calcular el Valor Absoluto Promedio Escalado notamos poca discrepancia entre índices. Un suceso interesante para al evaluar los parámetros sería determinando otro tipo de procedimiento que permita observar si se sigue el mismo patrón de comportamiento. También se puede considerar otro tipo de distribuciones de cola pesada para modelar los retornos negativos de índices y poder determinar si este tipo de distribuciones son pertinentes.

No afirmamos que nuestras estimaciones remedien catástrofes financieras.

4.2 Investigaciones Futuras

Se ha observado que modelar el riesgo financiero es una tarea compleja de analizar por las múltiples complejidades que representan los movimientos probabilísticos, sin embargo, es un tema de suma importancia debido a que las políticas económicas poco pueden hacer ante la volatilidad de los mercados accionarios. Con la ayuda de

instrumentos robustos podemos ayudar a explicar las pérdidas inusuales que generan las crisis económicas del mercado mundial. Por ejemplo:

- i. Para la estimación puntual del VaR en base a los métodos que ya han sido estudiados (Aproximación histórica, Monte Carlo, Método de Máximo por bloques, Método de Picos sobre el umbral (POT), Modelación con las Distribución Pareto Generalizada, etc. por mencionar algunos), estudiar las deficiencias que se han encontrado con la finalidad de volverlos más precisos e incluso la creación de innovadores métodos.
- ii. Otras medidas para medir el riesgo financiero, por ejemplo, (EnVaR)
- iii. Modelar las pérdidas con otro tipo de distribuciones de cola pesada para modelar los retornos negativos, por ejemplo, más complejas (Distribuciones no Regulares) que contemplen el parámetro de localización, forma, escala y pendiente.
- iv. Diferentes tipos de censura.
- v. Desarrollar procedimientos de prueba de hipótesis que nos permitan comparar los parámetros del modelo postulado.
- vi. Otros métodos para probar bondad de ajuste

Con todo lo anterior se muestra un panorama amplio para continuar trabajando sobre esa línea de investigación y poder prever catástrofes financieras como la que han ocurrido en 2008, o al menos estar preparados para solventar las caídas sin llegar a un desastre económico.

Referencias

- Balkema, A.A., and de Haan, L. (1974). Residual Life at Great Age. *Annals of Probability*, 2, 792-804.
- BIS (1988). *www.bis.org*. 2005-01-01. Retrieved 2016-03-17.
- Campa Rojas Maria Antonieta. (2001). *Teoría de valores extremos con aplicaciones a medidas de riesgo*. Universidad Nacional Autónoma de México. México.
- Cano Medina, J.L. (2010). *Valor en Riesgo del IPC de México, 1991-2008*. Tesis de Maestría en Estadística Aplicada, Facultad de Estadística e Informática, Universidad Veracruzana.
- Castillo, E., and Hadi, A.S. (1997). Fitting the Generalized Pareto Distribution to Data. *Journal of the American Statistical Association*, 92, 1609-1620.
- Coles, S. (2002). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London: Springer Verlag.
- Coronel-Brizio, H.F., and Hernández-Montoya, A.R. (2010). The Anderson-Darling Test of Fit for the Power-law distribution from Left-Censored Samples. *Physica A* 389, 3508-3515.
- Coronel-Brizio, H.F., and Hernández-Montoya, A.R. (2010). On fitting the Pareto Levy Distribution to Stock Market Index Data. *Physica A* 389, 3508-3515.
- Crouhy Michel, Galai Dan and Mark Robert. (2001). *Risk Management*. Ed. McGraw- Hill. USA.
- Davison, A.C. (1984). Modeling Excesses Over High Thresholds, with an Application, In Tiago de Oliveira, J., (Ed). *Statistical Extremes and Applications*, Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Davison, A. C. and Hinkley, D. V. (1997). *Bootstrap Methods and their Application*. Cambridge University Press. USA.
- D'Agostino, R.B., and Stephens, M. A., eds. (1986). *Goodness of Fit Techniques*. Marcel Dekker: New York.
- Diebold, Schuermann y Stroughair (2000). *Teoría del Valor Extremo*

- Diebold, F. X., T. Schuermann y J.D. Strouhair (1998). *Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management*. Marcia WP 98-10, 20pp.
- Embrechts, P., Kluppelberg, C., and Mikosch, T. (1997). *Modelling Extremal Events*. Berlin: Springer Verlag.
- Grimshaw, S.D. (1993). Computing Maximum Likelihood Estimates for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*,35, 185-191.
- Hosking, J.R.M., and Wallis, J. R. (1987). Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*,29, 339-349.
- Jorion, PH. (1997). *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. Mc Graw-Hill.
- JP, Morgan. (1996). *RiskMetrics*. Technical Document Fourth Edition. Page 284.
- Lorenzo Landa, G. (2013). *Modelación del IPC, 1991-2014, con las distribuciones Pareto y Pareto Generalizada*. Tesina de Especialización en Métodos Estadísticos, Facultad de Estadística e Informática, Universidad Veracruzana.
- Lorenzo Landa, G. (2011). *Modelación delos Retornos del Índice de Precios y Cotizaciones de México con la Distribución Pareto y Censura Tipo II*. Tesis de Licenciatura en Ciencias y Técnicas Estadísticas, Facultad de Estadística e Informática, Universidad Veracruzana.
- Luenberger David. (1998). *Investment Science*. Ed. Oxford University Press. U.S.A.
- McNeill, A. J. (1999): Extreme value theory for risk managers, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich Preprint, 22 pp..
- McNeill Alexander J., Frey Rüdiger and Embrechts Paul.(2005). *Quantitative Risk Management Concepts, Techniques and Tools*. Ed. Princeton University Press. U.S.A.
- Pareto, V. (1897). *Cours d' Economie Politique*. Paris: Rouge et Cie.
- Pettitt, A.N., and Stephens, M.A. (1976) Modified Cramér-von Mises Statistics for Censored Data. *Biometrika*, 63 (2), 291-298.
- Pettitt, A.N. (1976). Cramér-von Mises Statistics for Testing Normality with Censored Samples. *Biometrika*, 63 (3), 475-481

- Pickands, J. (1975). Statistical Inference. Using Extreme Order Statistics. *The Annals of Statistics*,3, 119-131.
- Pritsker, M. (1996): *Evaluating Value at Risk methodologies: Accuracy versus computational time*. Wharton Financial Institutions Center WP 96-48, 77 pp., Pennsylvania
- Smith, R. L. (1987). Estimating Tails of Probability Distributions. *The Annals of Statistics*,15, 1174-1207.

ANEXO

Función que censura por la izquierda

Entrada: vector de datos y, número de observaciones que no se censura r

Salida: muestra con las r observaciones más grandes

```
censura <- function(y,r)
{
  n <- length(y)
  x <- sort(y)
  if(r < n)
    {x <- x[-c(seq(1,(n-r)))]}
  return(x)
}
```

Estimadores de máxima verosimilitud de la Pareto con censura a la izquierda tipo I

Entrada: vector de observaciones y

Salida: Estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros de la Pareto

```
emv1 <- function(y)
{
  n <- length(y)
  y <- sort(y)
  a <- sum(log(y)-log(y[1]))
  alfa <- n/a
  teta <- min(y)
  return(list(escala=teta,forma=alfa))
}
```

Diversas rutinas para la Pareto

Función de distribución de la Pareto

Entrada: y, parámetros alfa y teta

Salida: Función de distribución en y

```
fd <- function(y,alfa,teta)
{
  p <- 1 - (teta/y)^alfa
  return(p)
}
```

Función de densidad de la Pareto

Entrada: Valor y, parámetros alfa y teta

Salida: Función de densidad en y

```
-----  
fdp <- function(y,alfa,teta)  
{  
  z <- (alfa*(teta^alfa))/(y^(alfa+1))  
  return(z)  
}
```

Función que genera una muestra de la Pareto
Entrada: Tamaño de muestra n, parámetros alfa y teta
Salida: Vector de datos generados de la distribución Pareto

```
genpareto <- function(n,alfa,teta)  
{  
  y <- teta/(runif(n))^(1/alfa)  
  return(y)  
}
```

Función cuantil de la Pareto
Entrada: Parámetros alfa y teta, probabilidad p
Salida: El cuantil p de la distribución Pareto

```
pd.q <- function(alfa,teta,p)  
{  
  y <- teta/(1-p)^(1/alfa)  
  return(y)  
}
```

Función de distribución empírica en el punto x
Entrada: Valor x, vector de observaciones datos
Salida: Función de distribución en x

```
fde <- function(x,datos)  
{  
  n <- length(datos)  
  length(datos[datos<=x])/n  
}
```

Función de distribución empírica del vector x
Entrada: vector de observaciones x
Salida: Función de distribución empírica del vector x

```
fde.x <- function(x)  
{  
  p <- 0  
  x <- sort(x)
```

```

for(i in 1:length(x)) p[[i]] <- fde(x[[i]],x)
p
}

```

Grafica de la funcion de distribucion empirica

```

fde.pl <- function(d)
{
d <- ecdf(d)
plot(d,xlab="x",ylab=" ",main="")
}

```

Estimación para diferentes umbrales

```

estimadoresP <- function(datos,r)
{
datos <- sort(datos)
n <- length(datos)
est <- matrix(0,nrow = r,ncol = 2)
for(i in 1:r)
{
datoscensurados <- datos[c(n-r+i:n)]
aux <- emv1(datoscensurados)
est[i,1] <- aux$escala
est[i,2] <- aux$forma
}
}
par(mfrow=c(2,1))
plot(est[,1],type="l",xlab="r",ylab="escala",col="blue")
plot(est[,2],type="l",xlab="r",ylab="forma",col="blue")
}

```

```
set.seed(115)
```

```
# Generación de una muestra de la Pareto
```

```
datos <- genpareto(500,2,1)
estimadoresP(datos,200)
```

Análisis de los Retornos Negativos (pérdidas) del IPC, Nikkei, S&P, Nasdaq

```
Cargar el paquete tseries
```

```
Lectura del IPC desde Yahoo
```

```
ipc = get.hist.quote(instrument="%5EMXX", start="1991-11-08", end="2015-3-16", quote="AdjClose",
provider="yahoo", origin="1970-01-01", compression="d", retclass="zoo")
```

```
Calculo de los valores de los retornos
```

```

aux = get.hist.quote(instrument="%5EMXX", start="1991-11-08", end="2015-3-16", quote="AdjClose",
provider="yahoo", origin="1970-01-01", compression="d", retclass="ts")
aux <- aux[!is.na(aux)]
y <- 0
for(i in 2:length(aux))
y[i-1] <- (aux[i]-aux[i-1])/aux[i-1]
## Graficamos IPC y los retornos
par(mfrow=c(2,1))
plot(ipc,xlab="Tiempo",col="blue",ylab="IPC")
ts.plot(y,xlab="Observaciones",col="blue",ylab="Retornos")

```

Retornos estandarizados

```

my <- mean(y,na.rm=TRUE)
sy <- sqrt(var(y,na.rm=TRUE))
z <- 0
z <- (y-my)/sy
hist(z,xlab="Retornos del IPC Estandarizados",ylab="Frecuencia",col="blue",nclass=20,main=" ")

```

Retornos negativos

```

zneg <- z[z<0]
# Retornos negativos en valor absoluto
zneg <- abs(zneg)
par(mfrow=c(1,2))
hist(zneg,nclass=20,xlab="Retornos Negativos (Valor Absoluto)",ylab="Frecuencia",col="blue",main=" ")
boxplot(zneg,ylab="Retornos Negativos (Valor Absoluto)",col="blue")

```

Ajuste de la Pareto

Exploramos a partir de una proporción 1-p de censura para arriba
Nos quedamos con la proporción p en la cola derecha

```

n <- length(zneg)
p <- 0.1
r <- floor(n*p)
estimadoresP(zneg,r)

```

Cálculo de la Bondad de Ajuste (ASAE)

Entrada: Vector de datos x, estimación de alfa, estimación de teta > 0.
Salida: La medida de bondad de Ajuste propuesta por Castillo & Hadi(1997).

```

asae.pd <- function(x,a,teta)
{
x <- sort(x)
n <- length(x)

```

```

d <- x[n]-x[1]
p <- 0
for(i in 1:n) p[i] <- (i-.35)/n
x.hat <- pd.q(a,teta,p)
asae <- (1/n)*(1/d)*sum(abs(x-x.hat))
return(asae)
}

```

Gráficas del ASAE

```

aux = get.hist.quote(instrument="%5EMXX", start="1991-11-08", end="2014-4-16", quote="AdjClose",
provider="yahoo", origin="1970-01-01", compression="d", retclass="ts")
aux <- aux[!is.na(aux)]
y <- 0
for(i in 2:length(aux))
y[i-1] <- (aux[i]-aux[i-1])/aux[i-1]
my <- mean(y,na.rm=TRUE)
sy <- sqrt(var(y,na.rm=TRUE))
z <- 0
z <- (y-my)/sy
zneg <- z[z<0]
zneg <- abs(zneg)
par(mfrow=c(1,2))
hist(zneg,nclass=20,xlab="Retornos Negativos (Valor Absoluto)",ylab="Frecuencia",main=" ")
boxplot(zneg,ylab="Retornos Negativos (Valor Absoluto)")

```

Exploramos el ASAE a partir de una proporción 1-p de censura para arriba
Nos quedamos con la proporción p en la cola derecha

```

n <- length(zneg)
p <- 0.1
r <- floor(n*p)

```

```

ASAEP(zneg,r)

```

Cálculo del ASAE para diferentes umbrales

```

ASAEP <- function(datos,r)
{
n <- length(datos)
datos <- sort(datos)
asae <- 0
for(i in 1:r)
{
datoscensurados <- datos[c(n-r+i:n)]
aux <- emv1(datoscensurados)
asae[i] <- asae.pd(datoscensurados,aux$forma,aux$escala)
}
}

```

```
plot(asae,type="l",xlab="r",ylab="ASAE",col="blue")
}
```

Gráfica de VaR de los Retornos IPC Mexico

Nos quedamos con la cola derecha determinada por el $p = 10\%$ de datos más grandes
Censuramos por la izquierda 100 observaciones y calculamos el VaR con los datos más grandes

```
n <- length(zneg)
p <- 0.1
r <- floor(n*p)
znegcensurados <- censura(zneg,181)
par(mfrow=c(2,1))
hist(znegcensurados)
boxplot(znegcensurados)
emv1(znegcensurados)
teta <- 1.833
alfa <- 3.148
VaRp <- function(p,u,n,r,alfa,teta)
{
  v <- u + teta*((r/(n*p))^(1/alfa))
  return(v)
}

p <- seq(.9,.999,.001)
v <- VaRp(1-p,znegcensurados[1],n,r,alfa,teta)
plot(p,v,type="l",xlab="p",ylab="VaR")
```

FIN DEL CÓDIGO DE ANÁLISIS

Emisoras que se usan para calcular el IPC

Emisora	Serie	Precio Anterior	Ultimo	PPP
AC	*	60.38	59.53	59.69
ALFA	A	164.59	161.50	161.73
ALSEA	*	13.91	13.91	13.88
AMX	L	15.97	15.55	15.61
ARA	*	3.86	3.79	3.77
ASUR	B	78.25	77.69	77.69
AXTEL	CPO	4.37	4.29	4.30
AZTECA	CPO	8.73	8.75	8.67
BIMBO	A	28.24	28.00	28.00
BOLSA	A	24.04	23.84	23.83
CEMEX	CPO	6.86	6.54	6.54
CHDRAUI	B	33.98	33.25	33.26
COMERCI	UBC	21.22	21.09	21.06
COMPARC	*	18.21	18.10	18.13
ELEKTRA	*	1,389.41	1,390.00	1,389.60
FEMSA	UBD	92.29	91.30	91.25
GAP	B	47.50	47.84	47.82
GEO	B	17.38	16.95	17.04
GFNORTE	O	45.28	44.10	44.26
GMEXICO	B	37.90	37.50	37.45
GMODELO	C	88.90	88.95	88.48
GRUMA	B	27.58	27.25	27.24
HOMEX	*	32.34	32.10	31.88
ICA	*	18.78	18.09	18.09
KIMBER	A	73.60	74.00	73.62
LAB	B	28.72	28.00	27.96
LIVEPOL	C-1	98.03	98.97	98.96
MEXCHEM	*	46.57	46.50	46.30

Emisora	Serie	Precio Anterior	Ultimo	PPP
MFRISCO	A-1	53.46	54.56	54.14
OHLMEX	*	22.17	21.59	21.70
PE&OLES	*	616.97	613.00	612.69
SORIANA	B	33.31	32.07	32.24
TLEVISA	CPO	56.84	56.69	56.66
URBI	*	16.58	16.35	16.31
WALMEX	V	36.99	37.45	37.29