

# Representación del Conocimiento

## Ontologías

Dr. Alejandro Guerra-Hernández

**Instituto de Investigaciones en Inteligencia Artificial**  
Universidad Veracruzana

*Campus Sur, Calle Paseo Lote II, Sección Segunda No 112,  
Nuevo Xalapa, Xalapa, Ver., México 91097*

`mailto:aguerra@uv.mx`  
`https://www.uv.mx/personal/aguerra/rc`

Maestría en Inteligencia Artificial 2024



Universidad Veracruzana

# Razonando sobre objetos I

- ▶ Los **objetos** se acomodan naturalmente en **categorías**.
- ▶ **Ej.** Mi perro es una mascota, soy un profesor, etc.
- ▶ Pero comúnmente los objetos se conciben como miembros de **múltiples** categorías.
- ▶ **Ej.** Soy profesor, empleado y padre.
- ▶ Una categoría puede ser **más general** o **más específica** que otras.
- ▶ **Ej.** Pastor catalán es un tipo de perro; reumatólogo es un tipo de doctor; etc.



# Razonando sobre objetos II

- ▶ La **generalización** es común también entre categorías con descripciones más complejas.
- ▶ **Ej.** Un empleado de tiempo parcial es un empleado; una familia francesa con tres hijos es una familia; etc.
- ▶ Los objetos tienen **partes**, algunas veces muchas.
- ▶ **Ej.** Los libros tienen títulos; las mesas tienen patas; los automóviles tienen llantas; etc.
- ▶ Las **relaciones** entre las partes de un objeto son esenciales al considerarlo como parte de una categoría.



# Expresividad

- ▶ Hasta ahora nos hemos concentrado en los **enunciados declarativos** para expresar lo que sabemos.
- ▶ Ahora nos concentraremos en las **frases nominales**, i.e., grupos de palabras cuyo núcleo está constituido por un sustantivo y sus modificadores directos o indirectos.
- ▶ Ej. La casa amarilla.



# Frases nominales

- ▶ Hemos representado **categorías** de objetos como predicados de aridad uno, usando **sustantivos** comunes como  $casa(X)$ ,  $amarilla(X)$ , etc.
- ▶ Pero existen **otras frases nominales** aparte de los sustantivos.
- ▶ Ej. El hombre cuyos hijos son todas mujeres.
- ▶ Para expresarlas necesitamos predicados con **estructura interna**.
- ▶ Ej. Es de esperar que si  $hijo(X, Y)$  y  $padre\_de\_puras\_niñas(X)$  son el caso, entonces  $Y$  tiene que ser una niña, por **definición**.
- ▶ Se trata de un predicado **compuesto**.



# Lógica Descriptiva

- ▶ La lógica de primer orden **no provee** ninguna herramienta para contender con predicados compuestos de este estilo.
- ▶ De cierta manera, las únicas frases nominales en la lógica de primer orden son los **sustantivos**.
- ▶ Como una lógica que nos permitiría manipular predicados complejos estaría trabajando principalmente con **descripciones**, llamamos al sistema lógico resultante de estas ideas una **lógica descriptiva** ( $\mathcal{DL}$ ) [2].



# Conceptos y Roles

- ▶ Las descripciones involucran dos **clases de sustantivos**:
  - Categoricos**. Describen clases básicas de objetos, *p. ej.* Adolescente, Niña, etc.
  - Relacionales**. Describen objetos que son parte, atributo o propiedad de otros objetos, *p. ej.*, Hijo\_de, Edad, etc.
- ▶ En  $\mathcal{DL}$  a los sustantivos categoricos se les suele llamar **conceptos**, mientras que a los relacionales se les llama **roles**.



# Generalización

- ▶ Los conceptos están organizados en una **jerarquía** de generalizaciones.
- ▶ Ej. *Profesor&Investigador* es una especialización de *Profesor*.
- ▶ En  $\mathcal{DL}$  mucha de la información jerárquica se sigue lógicamente del **significado** de los conceptos compuestos involucrados.
- ▶ Mucho del razonamiento llevado a cabo en  $\mathcal{DL}$  tiene que ver con **computar automáticamente** la relación de generalización.



# Constantes

- ▶ Aunque mucho del razonamiento el  $\mathcal{DL}$  tiene que ver con categorías, es deseable que nuestras descripciones apliquen también a **individuos**.
- ▶ De modo que  $\mathcal{DL}$  incluirá también **constantes**, p. ej., *alexGuerra*



# Símbolos lógicos

- ▶ Son aquellos que tienen un significado fijo, **independiente** de la aplicación que tengamos en mente.
- ▶ Hay cuatro clases de **símbolos lógicos** en  $\mathcal{DL}$ :

Puntuación. [ , ], ( , ).

Enteros positivos. 1, 2, 3, ...

Formación de conceptos. ALL, EXISTS, FILLS, AND

Conectivos.  $\sqsubseteq$ ,  $\dot{=}$ ,  $\rightarrow$



# Símbolos no lógicos

- ▶ Son aquellos cuyo significado depende de la **aplicación** en turno.
- ▶ Hay tres clases de **símbolos no lógicos** en  $\mathcal{DL}$ :

**Conceptos atómicos.** Se escriben con mayúsculas iniciales, p. ej., Persona, VinoBlanco.  $\mathcal{DL}$  incluye el concepto atómico especial Thing.

**Roles.** Se escriben como los conceptos, pero precedidos por dos puntos, p. ej., :Hijo, :Edad, etc.

**Constantes.** Se escriben con minúscula inicial como alex.



# Fórmulas bien formadas (fbf)

- ▶ Hay cuatro tipos de **fbfs** en  $\mathcal{DL}$ :
  - ▶ Constantes.
  - ▶ Roles.
  - ▶ Conceptos.
  - ▶ Enunciados.
- ▶ Usaremos las **meta-variables**  $c$  y  $r$  para denotar constantes y roles;  $d$  y  $e$  para conceptos y enunciados; y  $a$  para conceptos atómicos.
- ▶ Estas meta-variables son análogas a las que denotábamos con letras griegas en las sesiones anteriores, i.e., pueden tomar como valor cualquier fbf, pero ellas mismas no son fbfs.



# Conceptos

- ▶ El conjunto de **conceptos** en  $\mathcal{DL}$  es el conjunto mínimo que satisface:
  - ▶ Todo concepto atómico es un concepto;
  - ▶ Si  $r$  es un rol y  $d$  es un concepto, entonces  $[\text{ALL } r \ d]$  es un concepto;
  - ▶ Si  $r$  es un rol y  $n$  es un entero positivo, entonces  $[\text{EXISTS } n \ r]$  es un concepto;
  - ▶ Si  $r$  es un rol y  $c$  es una constante, entonces  $[\text{FILLS } r \ c]$  es un concepto;
  - ▶ Si  $d_1, \dots, d_n$  son conceptos, entonces  $[\text{AND } d_1, \dots, d_n]$  es un concepto.



# Enunciados

- ▶ Existen tres tipos de **enunciados** en  $\mathcal{DL}$ :
  - ▶ Si  $d_1$  y  $d_2$  son conceptos, entonces  $(d_1 \sqsubseteq d_2)$  es un enunciado;
  - ▶ Si  $d_1$  y  $d_2$  son conceptos, entonces  $(d_1 \dot{=} d_2)$  es un enunciado;
  - ▶ Si  $c$  es una constante y  $d$  es un concepto, entonces  $(c \rightarrow d)$  es un enunciado.



# Significado de las fbfs

- ▶ Las constantes denotan **objetos** del universo de discurso, como en la lógica de primer orden.
- ▶ Los conceptos denotan **categorías** o clases de individuos.
- ▶ Los roles denotan **relaciones binarias** sobre individuos.
- ▶ El significado de los conceptos complejos se deriva de sus **partes**.



# Ejemplos de Conceptos Atómicos

- ▶ [EXISTS 1 :*Hijos*] denota a alguien que tiene hijos.
- ▶ [FILLS :*Primo juan*] denota a alguien cuyo primo es Juan.
- ▶ [ALL :*Empleado Sindicalizado*] describe algo cuyos empleados, si tiene, son todos sindicalistas.



# Ejemplos de Conceptos Complejos

- ▶  $[AND [FILLS :Color\ rojo] [EXISTS\ 2 :TipoUva]]$  denota la categoría de mezcla de tintos (un vino cuyo color es rojo y está hecho con al menos dos tipos de uva).
- ▶ O una definición basada en un concepto complejo:

$(EmpresaProgre \doteq [AND\ Empresa$   
 $[EXISTS\ 7 :Director]$   
 $[ALL :Admin [AND\ Mujer$   
 $[FILLS :Grado\ phD]]])$   
 $[FILLS :SalarioMin\ \$24,00/hr]])$



# Definiciones completas

- ▶ Si el último ejemplo se incluye en una **base de conocimientos**, decimos que EmpresaProgre está **completamente** definido.
- ▶ Establecimos las condiciones **suficientes** y **necesarias** para ser una empresa progresista en el lado derecho de la definición.
- ▶ Si usamos  $\sqsubseteq$  en lugar de  $\doteq$  solo definimos las condiciones **necesarias**, por lo que no tendríamos manera de saber reconocer a un individuo como miembro de esta categoría; aunque si podríamos razonar sobre un individuo que ha sido declarado como tal.



# Ejemplos de enunciados

- ▶ ( $Cirujano \sqsubseteq Doctor$ ) expresa que todo cirujano es, entre otras cosas, también un doctor.
- ▶ ( $nicandro \rightarrow SNII$ ) expresa que el Dr. Nicandro es un SNII.



# Interpretaciones

- ▶ Una interpretación  $\mathcal{I}$  para  $\mathcal{DL}$  es un par  $\langle D, I \rangle$  donde  $D$  es el **universo de discurso**, i.e., el conjunto de objetos sobre los que queremos expresarnos; y  $I$  es un **mapeo** de los símbolos no lógicos en  $\mathcal{DL}$  a elementos y relaciones en  $D$ , donde:
  - ▶ Para toda constante  $c$ ,  $\mathcal{I}[c] \in D$ ;
  - ▶ Para todo concepto atómico  $a$ ,  $\mathcal{I}[a] \subseteq D$ ;
  - ▶ Para todo rol  $r$ ,  $\mathcal{I}[r] \subseteq D \times D$ .
- ▶ El conjunto  $\mathcal{I}[d]$ , asociado al concepto  $d$ , es una interpretación llamada su **extensión**.



# Conceptos no atómicos

- ▶ Los conceptos no atómicos son interpretados en función de sus **componentes**:
  - ▶  $\mathcal{I}[\textit{Thing}] = D$ ;
  - ▶  $\mathcal{I}[[\text{ALL } r \textit{ d}]] = \{x \in D \mid \forall y, \langle x, y \rangle \in \mathcal{I}[r] \implies y \in \mathcal{I}[d]\}$ ;
  - ▶  $\mathcal{I}[[\text{EXISTS } n \textit{ r}]] = \{x \in D \mid \text{hay al menos } n \text{ distintos } y \text{ t.q. } \langle x, y \rangle \in \mathcal{I}[r]\}$ ;
  - ▶  $\mathcal{I}[[\text{FILLS } r \textit{ c}]] = \{x \in D \mid \langle x, \mathcal{I}[c] \rangle \in \mathcal{I}[r]\}$ ;
  - ▶  $\mathcal{I}[[\text{AND } d_1, \dots, d_n]] = \mathcal{I}[d_1] \cap \dots \cap \mathcal{I}[d_n]$ .
- ▶ Estas reglas nos permiten computar la **extensión** de cualquier concepto.



# Verdad en una interpretación

- ▶ Ahora podemos especificar que enunciados  $\mathcal{DL}$  son **verdaderos** de acuerdo a una interpretación dada:
  - ▶  $\mathcal{I} \models (c \rightarrow d)$  ssi  $\mathcal{I}[c] \in \mathcal{I}[d]$ ;
  - ▶  $\mathcal{I} \models (d \sqsubseteq d')$  ssi  $\mathcal{I}[d] \subseteq \mathcal{I}[d']$ ;
  - ▶  $\mathcal{I} \models (d \doteq d')$  ssi  $\mathcal{I}[d] = \mathcal{I}[d']$ .
- ▶  $\mathcal{I} \models S$  denota que los enunciados en el **conjunto**  $S$  son verdaderos en la interpretación  $\mathcal{I}$ .



# Consecuencia Lógica

- ▶ Sea  $S$  un conjunto de enunciados y  $\alpha$  un enunciado,  $S \models \alpha$  denota que  $\alpha$  es **consecuencia lógica** de  $S$ , i.e., para toda interpretación  $\mathcal{I}$ , siempre que  $\mathcal{I}[S]$  es el caso, también lo es que  $\mathcal{I}[\alpha]$ .
- ▶ Decimos que el enunciado  $\alpha$  es **válido** ssi es consecuencia lógica del conjunto vacío,  $\models \alpha$ .



# Razonamientos

- ▶ Hay dos **tipos** básicos de razonamientos cuando usamos  $\mathcal{DL}$ :
  - ▶ Determinar si es el caso, o no, que alguna constante  $c$  **satisface** un concepto dado  $d$ :  $\Delta \models (c \rightarrow d)$ ;
  - ▶ Determinar si el el caso, o no, que un concepto dado  $d$  **subsume** a otro concepto  $d'$ :  $\Delta \models (d \sqsubseteq d')$ .
- ▶ El razonamiento se reduce a computar estas consecuencias lógicas.
- ▶ Comenzaremos por el segundo caso, que es necesario para resolver el primero.



# Observaciones I

- ▶ Algunas fbf son validas por su **estructura**, al igual que en FOL:

$$([\text{AND } \textit{Doctor } \textit{Mujer}] \sqsubseteq \textit{Doctor})$$

$$(\textit{juan} \rightarrow \textit{Thing})$$

- ▶ Normalmente la consecuencia lógica depende de  $\Delta$ .
- ▶ Ej. Si  $(\textit{Cirujano} \sqsubseteq \textit{Doctor}) \in \Delta$  entonces:

$$\Delta \models ([\text{AND } \textit{Cirujano } \textit{Mujer}] \sqsubseteq \textit{Doctor})$$



# Observaciones II

- ▶ Lo mismo se sigue si  $\Delta$  incluye:

$(\text{Cirujano} \doteq [\text{AND Doctor} [\text{FILLS :Espec} \text{cirugia}]])$

- ▶ Al igual que en el caso de la resolución para FOL, esta computación será **correcta** (robusta y completa), dada la definición de consecuencia lógica



# Simplificación de la Base de Conocimientos

- ▶ La subsumción **no involucra** enunciados del tipo  $(c \rightarrow d)$ : Si  $\Delta'$  es como  $\Delta$ , excepto que las fbfs de la forma  $(c \rightarrow d)$  han sido removidas,  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$  ssi  $\Delta' \models (d \sqsubseteq e)$ .
- ▶ Para computar  $\sqsubseteq$  asumimos que  $\Delta$  **no contiene** este tipo de fbfs.
- ▶ Podemos **reemplazar** las fbfs de la forma  $(d \sqsubseteq e)$  por  $(d \doteq [\text{AND } e \ a])$ , donde  $a$  es un nuevo concepto atómico que no se usa en ningún otro sitio.
- ▶ Restricciones:
  - ▶ El operador izquierdo de  $\doteq$  debe ser un **concepto atómico diferente** de *Thing*.
  - ▶ Tal operador debe tener una **ocurrencia única** en  $\Delta$ .
  - ▶ Asumimos que las fbfs que involucran  $\doteq$  son **acíclicas**.



# Cómputo de $\sqsubseteq$

- ▶ Asumiendo las simplificaciones precedentes, para computar  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$  debemos:
  1. Usando las declaraciones de definiciones ( $\doteq$ ), poner  $d$  y  $e$  es una forma especial normalizada, similar es espíritu a la CNF;
  2. Determinar si cada parte de la  $e$  normalizada se toma en cuenta en alguna parte normalizada de  $d$ .
- ▶ De forma que subsumir se reduce a una **relación estructural** entre dos conceptos normalizados.



# Normalización I

1. Expandir definiciones. Todo concepto atómico que aparezca a la izquierda de  $\doteq$  es remplazado por su definición donde aparezca.
2. Aplanar operadores AND. Todo concepto de la forma

$$[\text{AND } \dots [\text{AND } d_1 \dots d_n] \dots]$$

se simplifica a  $[\text{AND } \dots d_1 \dots d_n \dots]$ .

3. Combinar los operadores ALL. Todo sub-concepto de la forma

$$[\text{AND } \dots [\text{ALL } r d_1] \dots [\text{ALL } r d_2] \dots]$$

se simplifica a  $[\text{AND } \dots [\text{ALL } r [\text{AND } d_1 d_2]]]$ .



# Normalización II

4. Combinar los operadores EXISTS. Todos los sub-conceptos de la forma

$$[\text{AND} \dots [\text{EXISTS } n_1 \ r] \dots [\text{EXISTS } n_2 \ r] \dots]$$

se puede simplificar a  $[\text{AND} \dots [\text{EXISTS } n \ r]]$  donde  $n$  es el máximo de  $n_1$  y  $n_2$ .

5. Contender con *Thing*. Algunos conceptos deben removerse como argumentos de AND: *Thing*,  $[\text{ALL } r \ \textit{Thing}]$  y  $[\text{AND}]$ . *Thing* solo debe aparecer si la expresión se simplifica a ello.
6. Remover expresiones redundantes. Eliminar toda expresión que es un duplicado de otra dentro de la misma expresión AND.



# Observaciones I

- ▶ Estas reglas se **aplican** repetidamente, en cualquier orden y a cualquier nivel de anidamiento para normalizar un concepto.
- ▶ El proceso **termina** cuando ninguna regla puede aplicarse.



# Observaciones II

- El **resultado** de la normalización es *Thing*, un concepto atómico o un concepto de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 &[\text{AND } a_1 \dots a_m \\
 &\quad [\text{FILLS } r_1 \ c_1] \dots [\text{FILLS } r_{m'} \ c_{m'}] \\
 &\quad [\text{EXISTS } n_1 \ s_1] \dots [\text{EXISTS } n_{m''} \ s_{m''}] \\
 &\quad [\text{ALL } t_1 \ e_1] \dots [\text{ALL } t_{m'''} \ e_{m'''}]]
 \end{aligned}$$

donde  $a_i$  con conceptos atómicos primitivos distintos a *Thing*;  $r_i, s_i$  y  $t_i$  son roles;  $c_i$  son constantes;  $n_i$  son enteros positivos; y  $e_i$  son a su vez conceptos normalizados.



# Observaciones III

- ▶ Los argumentos de AND en un concepto normalizado se conocen como sus **componentes**.
- ▶ De hecho podemos pensar en *Thing* como un AND sin componentes; y en los conceptos atómicos con AND con un solo componente.



# Ejemplo

- ▶ Asumamos que  $\Delta$  incluye las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned} \text{EmpresaEquilibrada} \doteq & [\text{AND Empresa} \\ & [\text{ALL :Admin}[\text{AND GEscolarLic} \\ & [\text{EXISTS 1 :GEscolarTecnico}]]]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{EmpresaTech} \doteq & [\text{AND Empresa} \\ & [\text{FILLS :Mercado nasdaq} [\text{ALL :AdminTechie}]]] \end{aligned}$$

$$\text{Techie} \doteq [\text{EXISTS 2:GEscolarTecnico}]$$

- ▶ ¿Cómo normalizar el siguiente concepto?

$$[\text{AND EmpresaEquilibrada EmpresaTech}]$$


# Expansión de Conceptos

[AND [AND *Empresa*

[ALL :*Admin* [AND *GEScolarLic*

[EXISTS 1 :*GEScolarTecnico*]]]]

[AND *Empresa*

[FILLS :*Mercado nasdaq*]

[ALL :*Admin* [EXISTS 2:*GEScolarTecnico*]]]]]



# Aplanado de Conjunciones

[AND *Empresa*

[ALL :*Admin* [AND *GEScolarLic*

[EXISTS 1 :*GEScolarTecnico*

[EXISTS 2 :*GEScolarTecnico*]]]

*Empresa*

[FILLS :*Mercado nasdaq*]]



# Removiendo Redundancia

[AND *Empresa*

[ALL :*Admin* [AND *GEScolarLic* [EXISTS 2 :*GEScolarTecnico*]]]

[FILLS :*Mercado nasdaq*]]



# Correspondencia estructural

- ▶ Para computar  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$  necesitamos **comparar** las versiones normalizadas de  $d$  y  $e$ .
- ▶ La forma normalizada de  $d$  debe satisfacer de alguna forma todos los componentes de la forma normalizada de  $e$ .
- ▶ Ej. Si  $e$  contiene el componente  $[ALL\ r\ e']$ , entonces  $d$  debe contener algo como  $[ALL\ r\ d']$  tal que  $d' \sqsubseteq e'$ .



# Algoritmo

- ▶ Sean  $d$  y  $e$  dos conceptos normalizados de la forma  $[\text{AND } d_1 \dots d_m]$  y  $[\text{AND } e_1 \dots e_{m'}]$  respectivamente.
- ▶ Regresar *si* ssi para cada componente  $e_j, 1 \leq j \leq m'$  existe un componente  $d_i, 1 \leq i \leq m''$  t.q.  $d_i$  se corresponde con  $e_j$  como sigue:
  1. Si  $e_j$  es un concepto atómico, entonces  $d_i$  debe ser idéntico a  $e_j$ ;
  2. Si  $e_j$  es de la forma  $[\text{FILLS } r \ c]$ , entonces  $d_i$  debe ser idéntico a éste;
  3. Si  $e_j$  es de la forma  $[\text{EXISTS } n \ r]$ , entonces el  $d_i$  correspondiente debe ser de la forma  $[\text{EXISTS } n' \ r]$ , para algún  $n' \geq n$ ; en el caso de  $n = 1$ ,  $d_i$  puede ser de la forma  $[\text{FILLS } r \ c]$ , para cualquier constante  $c$ .
  4. Si  $e_j$  es de la forma  $[\text{ALL } r \ e']$ , entonces el  $d_i$  correspondiente debe ser de la forma  $[\text{ALL } r \ d']$ , donde recursivamente  $d'$  es subsumido por  $e'$ .
- ▶ En cualquier otro caso, regresar *no*.



# Ejemplo

- ▶ Consideren el siguiente concepto normalizado:

[AND *Empresa*  
[ALL :*Admin* *GEScolarLic*]  
[EXISTS 1 :*Mercado*]]

- ▶ Este concepto ( $d$ ) subsume al del ejemplo anterior ( $d'$ ).



# Observaciones

- ▶ *Empresa* es un concepto atómico que aparece como componente de  $d'$ ;
- ▶ Para los componentes ALL de  $d$ , cuya restricción es  $GEscolarLic$ , hay componentes ALL en  $d'$  t.q. la restricción en todos esos componentes es subsumida por  $GEscolarLic$ , i.e., la conjunción  $[AND\ GEscolarLic\ [EXISTS\ 2 :GEscolarTecnico]]$ .
- ▶ Para el componente  $[EXISTS\ 1 :Mercado]$  de  $d$ , existe el componente correspondiente FILLS en  $d'$ .



# Correctez I

- ▶ Si  $\Delta$  está **simplificada**, todos los conceptos en ella se pueden **normalizar**.
- ▶ Cada paso de la normalización preserva la **equivalencia** entre conceptos.
- ▶ Una vez normalizada,  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$  ssi  $(d' \sqsubseteq e')$  es válida.
- ▶ **si**: Supongamos que todo componente de  $e'$  tiene un componente correspondiente en  $d'$ . Imaginemos una interpretación  $\mathcal{I} = \langle D, I \rangle$  y una  $x \in D$ , t.q.,  $x \in \mathcal{I}[d']$  y por lo tanto en todos sus componentes,  $d_i$ .
- ▶ Para probar que  $x \in \mathcal{I}[e']$  observamos que  $\forall j, x \in \mathcal{I}[e_j]$  porque  $i$  tiene un componente correspondiente en  $d_i \in d'$  y  $x \in \mathcal{I}[d_i]$ .



# Corrctez II

- ▶ *no*: Debemos construir una interpretación donde alguna  $x \in D$  cumple con  $x \in \mathcal{I}[d']$  pero  $x \notin \mathcal{I}[e']$ .
- ▶ El caso más simple es cuando no hay EXISTS involucrados:
  1. Sea  $\mathcal{D}$  el conjunto de todas las constantes en  $\Delta$  junto con el conjunto de **cadenas de roles**, definido como todas las secuencias de roles (incluida la secuencia vacía).
  2. Para toda constante  $c$ ,  $\mathcal{I}[c] = c$ ; y para todo concepto atómico  $a$  sea  $\mathcal{I}[a]$  todas las constantes y todas las cadenas de roles  $\sigma$  donde  $\sigma = r_1 \dots r_k$  para algún  $k \geq 0$  t.q.,  $d'$  es de la forma:

$$[\text{AND } \dots [\text{ALL } r_1 \dots [\text{AND } \dots [\text{ALL } r_k a] \dots] \dots] \dots]$$



# Correctez III

3. Para todo rol  $r$ , sea  $\mathcal{I}[r]$  todo par de constantes, junto con todo par  $(\sigma, \sigma \cdot r)$  donde  $\sigma$  es una cadena de roles, junto con el par  $(\sigma, c)$  donde  $c$  es una constante,  $\sigma = r_1 \dots r_k$  para algún  $k \geq 0$  tal que  $d'$  es de la forma:

$$[\text{AND } \dots [\text{ALL } r_1 \dots [\text{AND } \dots [\text{ALL } r_k [\text{FILLS } r \ c]] \dots] \dots] \dots]$$

4. Asumiendo que el procedimiento regrese *no*, se puede probar que para esta interpretación la cadena de roles vacía pertenece a la extensión de  $d'$  pero no a la de  $e'$  y en consecuencia  $d'$  **no subsume** a  $e'$ .



# Satisfacción

- ▶ Computar si es el caso que un individuo denotado por una constante satisface un concepto, resulta muy **similar** a computar si un concepto subsume a otro.
- ▶ La principal **diferencia** es que debemos tomar en cuenta los enunciados con  $\rightarrow$  en  $\Delta$ .
- ▶ En general queremos determinar si es el caso que  $\Delta \models (b \rightarrow e)$  donde  $b$  es una constante y  $e$  es un concepto.
- ▶ Ej. Si  $\Delta$  contiene  $(b \rightarrow d)$  y  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$  es claro que  $\Delta \models (b \rightarrow e)$ .



# Ideas

- ▶ Lo anterior sugiere que debemos coleccionar todos los enunciados de la forma  $(b \rightarrow d_i)$  en  $\Delta$  y responder *si* cuando  $(e \sqsubseteq [\text{AND } d_1 \dots d_n])$ .
- ▶ Pero esto puede **perder** algunas inferencias necesarias.



# Ejemplo

- ▶ Asumamos que  $\Delta$  contiene:

*jose*  $\rightarrow$  *Persona*

*empresaCan*  $\rightarrow$  [AND *Empresa*

[ALL :*Director Canadiense*]

[FILLS :*Director jose*]]

- ▶ Es fácil ver que  $\Delta \models (jose \rightarrow Canadiense)$ , aunque el enunciado  $\rightarrow$  acerca de *jose* no nos lleve a esa conclusión.



# Propagación

- ▶ Es necesario **propagar** la información implicada por lo que sabemos acerca de otros individuos (nombrados por constantes, o anónimos que satisfacen roles) antes de subsumir.
- ▶ Esto se consigue con una forma de **encadenamiento hacia adelante** similar al que usamos con las cláusulas de Horn.
- ▶ En lo que sigue, asumimos que no hay términos EXISTS en ningún concepto involucrado.



# Algoritmo

1. Construir una lista  $S$  de pares  $(b, d)$ , donde  $b$  es cualquier constante en  $\Delta$  y  $d$  es la versión normalizada del AND de todos los conceptos  $d'$ , t.q.,  $(b \rightarrow d') \in \Delta$ .
2. Tratar de encontrar dos constantes  $b_1$  y  $b_2$ , t.q.,  $(b_1, d_1)$  y  $(b_2, d_2)$  pertenecen a  $S$ , y para algún rol  $r$ ,  $[\text{FILLS } r \ b_2]$  y  $[\text{ALL } r \ e]$  son ambos componentes de  $d_1$ , pero  $\Delta \not\models (d_2 \sqsubseteq e)$ .
3. Si no se puede encontrar tal par de constantes, salir. En otro caso, reemplazar el par  $(b_2, d_2) \in S$  por  $(b_2, d'_2)$ , donde  $d'_2$  es la versión normalizada de  $[\text{AND } d_2 \ e]$ . Ir al paso 2.



# Observaciones

- ▶ Este procedimiento computa para cada constante  $b$ , el concepto más específico t.q.,  $\Delta \models (b \rightarrow d)$ .
- ▶ Una vez ejecutado, para verificar si es el caso que  $\Delta \models (b \rightarrow e)$  solo debemos verificar si  $\Delta \models (d \sqsubseteq e)$ .
- ▶ El encadenamiento hacía adelante termina en tiempo **polinomial** en función del tamaño de  $\Delta$ .
- ▶ En el peor caso, para cada constante  $b$ , terminaremos con un par  $(b, d)$  donde  $d$  es el AND de todo componente mencionado en  $\Delta$ , tras lo cual no hay más propagaciones posibles.



# Existenciales

- ▶ Para contender con términos de la forma  $[\text{EXISTS } 1 \ r]$  se puede usar una idea similar.
- ▶ En lugar de tener pares  $(b, d) \in S$ , construiremos pares de la forma  $(b \cdot \sigma, d)$ , donde  $\sigma$  es una cadena de roles.
- ▶ Intuitivamente,  $b \cdot r_1 \cdot r_2$  puede entenderse como un individuo que es un  $r_2$  de un  $r_1$  de  $b$ , posiblemente anónimo.
- ▶ Cuando  $\sigma$  es vacío, esto corresponde con  $b$  mismo.



# Encadenamiento hacia adelante extendido

- ▶ Agregamos los siguientes pasos al final del algoritmo original:
  - ▶ Tratar de encontrar una constante  $b$  y una cadena de roles  $\sigma$  (posiblemente vacía) y un rol  $r$ , t.q.,  $(b \cdot \sigma, d_1) \in S$  y algún  $(b \cdot \sigma \cdot r, d_2) \in S$  (o si no existe tal par, tomar *Thing* como  $d_2$ ), y  $[\text{EXISTS } 1 r]$  y  $[\text{ALL } r e]$  son ambos componentes de  $d_1$ , pero  $\Delta \not\models (d_2 \sqsubseteq e)$ .
  - ▶ Si el paso anterior tiene éxito, remover los pares  $(b \cdot \sigma \cdot r, d_2)$  de  $S$  (si aplica) y agregar los pares  $(b \cdot \sigma, d'_2)$ , donde  $d'_2$  es la versión normalizada de  $[\text{AND } d_2 e]$ . Repetir.



# Observaciones

- ▶ El algoritmo anterior extiende el procedimiento de propagación a los individuos anónimos: Iniciamos con alguna propiedad del individuo  $b \cdot \sigma$ , y concluimos algo nuevo acerca del individuo  $b \cdot \sigma \cdot r$ .
- ▶ Eventualmente esto puede llevarnos a **concluir** algo nuevo sobre un individuo nombrado por una constante.



# Ejemplo

- ▶ Sea  $\Delta$ :

$$\begin{aligned} elena \rightarrow & [\text{AND} [\text{EXISTS } 1:\textit{Hijo}] \\ & [\text{ALL } :\textit{Hijo} [\text{AND} [\text{FILLS } :\textit{Pediatra } maria] \\ & [\text{ALL } :\textit{Pediatra } Escandinavo]]]] \end{aligned}$$

- ▶ Se puede concluir correctamente que ( $maria \rightarrow Escandinavo$ ).
- ▶ La versión original fallaría porque el programa no declara hijos de *elena*.
- ▶ El caso más general para  $n > 1$  se procesa de la misma forma (el resto de los individuos anónimos tienen exactamente las mismas propiedades en el encadenamiento hacia adelante).



# Ontologías

- ▶ Las ontologías se usan para capturar el **conocimiento** acerca de un dominio de interés.
- ▶ Ej. Vigilancia en la epidemia del COVID-19
- ▶ Se describen los **conceptos** en el dominio, así como las **relaciones** entre esos conceptos.
- ▶ Se ha propuesto muchos lenguajes para definir ontologías, nosotros utilizaremos **OWL**, basado en las ideas revisadas sobre lógica descriptiva [1]:

<https://www.w3.org/TR/owl2-overview/>



# Individuos

- ▶ Representan **objetos** del universo de discurso.
- ▶ OWL no asume el supuesto de **nombre único** (UNA), i.e., nombres diferentes pueden denotar diferentes individuos.
- ▶ Ej. AMLO, Andrés Manuel y Presidente de México.
- ▶ Se debe especificar si los individuos son diferentes de otros, o iguales a otros.
- ▶ A los individuos también se les conoce en inglés como **Instances**.



# Propiedades

- ▶ Son **relaciones binarias** entre individuos.
- ▶ Ej. `tieneDiagnostico` puede ser una relación entre un paciente y su diagnóstico.
- ▶ Las propiedades pueden tener **inversos**.
- ▶ Ej. `diagnosticoDe`
- ▶ También pueden ser transitivas, simétricas, funcionales, etc.
- ▶ En  $\mathcal{DL}$  les llamamos **roles** y en Protégé se conocen como **slots**.

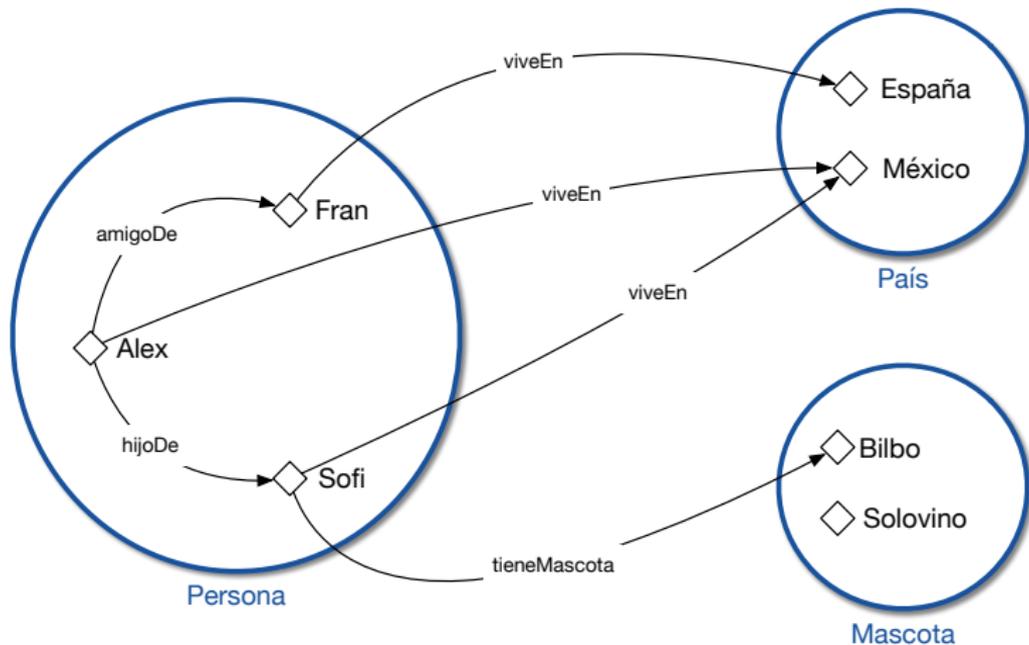


# Clases

- ▶ Las clases son **conjuntos** de individuos.
- ▶ Se **describen** formalmente para definir las condiciones de **membresía**.
- ▶ Se escriben con mayúscula inicial, **p. ej.**, Gato es el conjunto de todos los individuos en el dominio de discurso que son gatos.
- ▶ Se organizan **jerárquicamente** en sub-clases y super-clases.
- ▶ El término **concepto** se usa a veces en lugar de clase.



# Ejemplo gráfico



# Sintaxis de Manchester

► <https://www.w3.org/TR/owl2-manchester-syntax/>:

<i>DL</i>	Manchester
<i>Thing</i>	owl:Thing
	owl:Nothing
<i>Concepto</i>	Class
<i>:Rol</i>	Object property
[AND $d_1$ $d_2$ ]	$d_1$ and $d_2$
	$d_1$ or $d_2$
	not $d$
[FILLS $r$ $c$ ]	$r$ some $C$
	$r$ only $C$
[EXISTS $n$ $r$ ]	$r$ exactly $n$ $C$
	$r$ min $n$ $C$
	$r$ max $n$ $C$



# Ejemplos

## ▶ $\mathcal{DL}$

1. [AND *Persona* [FILLS: *Sexo masculino*]]
2. [AND [FILLS: *Color rojo*] [EXISTS 2 : *TipoUva*]]

## ▶ Manchester

1. *Persona* and (sexo some Masculino)
2. (color some Rojo) and (min 2 TipoUva Vino)



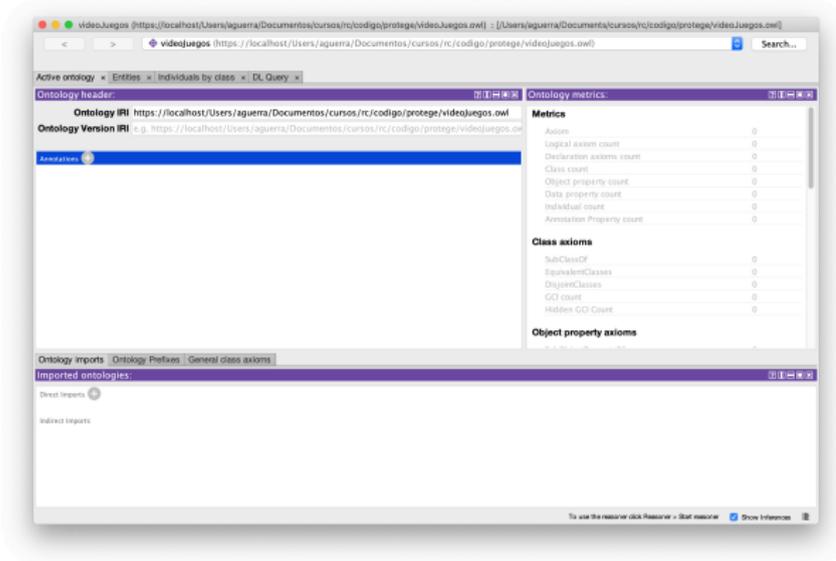
# Videojuegos

- ▶ Vamos a desarrollar una ontología sobre **vídeo juegos**.
- ▶ Los **conceptos** involucrados incluyen: juegos, plataformas.
- ▶ Las **propiedades** incluyen genero, dificultad, etc.
- ▶ Las **relaciones** son que los juegos tienen una dificultad, plataforma y género definidos.
- ▶ Los **conceptos definibles** incluyen: juego multi-plataforma, juego difícil, juego de macOS, etc.



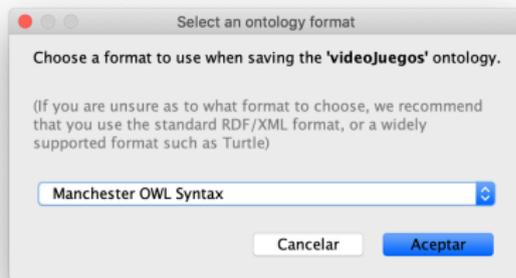
# Creando una nueva ontología I

- ▶ Ejecute Protégé [3] y asegúrese de estar en la pestaña Active Ontology.
- ▶ Cambie el IRI de la ontología a algo como:



# Creando una nueva ontología II

- ▶ Guarde estos cambios, Protégé le preguntará en que formato desea guardar la ontología:

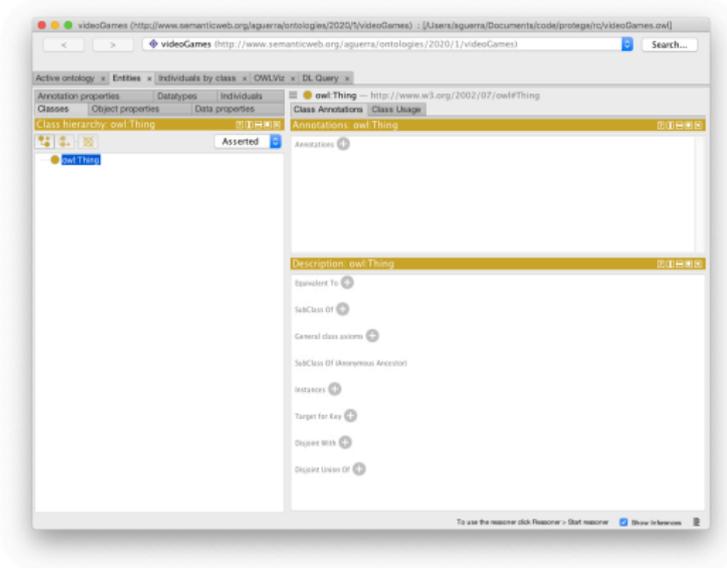


- ▶ Debería tener un archivo `videoJuegos.owl` en el directorio seleccionado.



# Clases I

- ▶ Para trabajar con las clases hay que ir a la pestaña Entities.

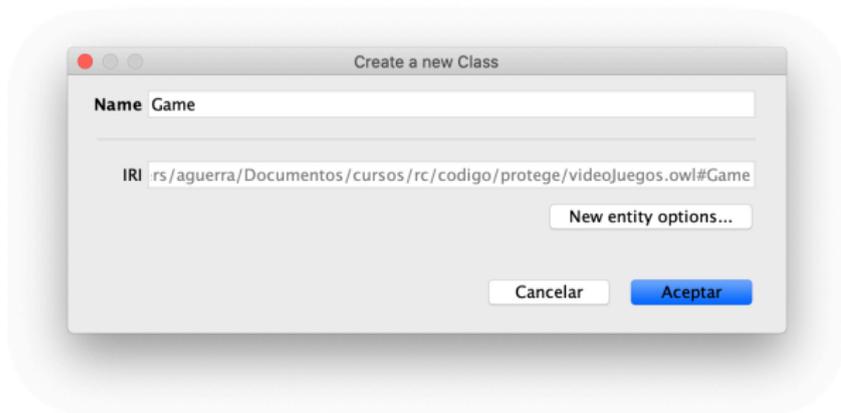


- ▶ `owl:Thing` es la súper clase por defecto.



# Clases II

- ▶ Se pueden agregar clases individualmente:

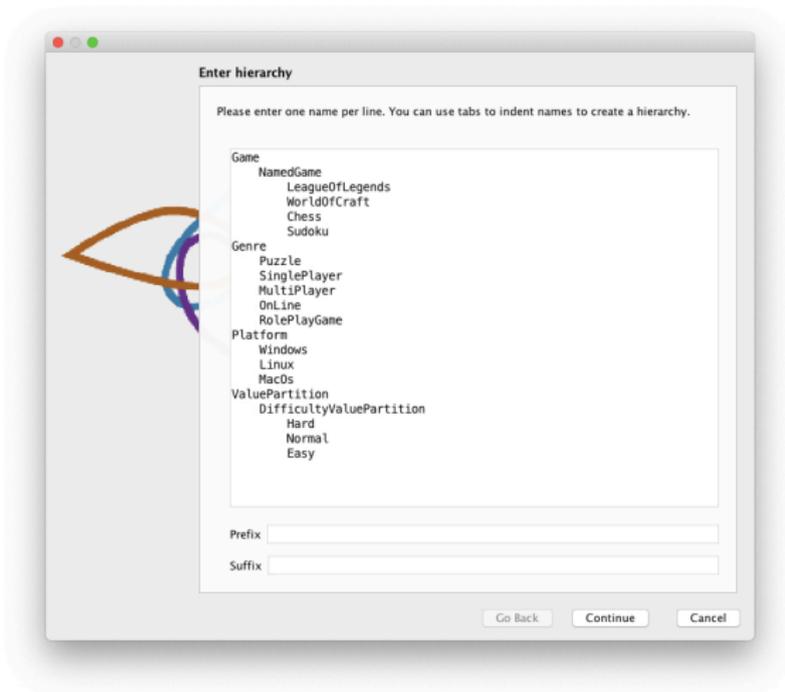


- ▶ El IRI se actualiza automáticamente.



# Clases III

- ▶ O se puede usar la herramienta Create class hierarchy...:



## Clases IV

- ▶ Que produce la siguiente jerarquía:

The screenshot displays the Protégé OWL editor interface. The main window shows a class hierarchy for 'owl:Thing'. The hierarchy is as follows:

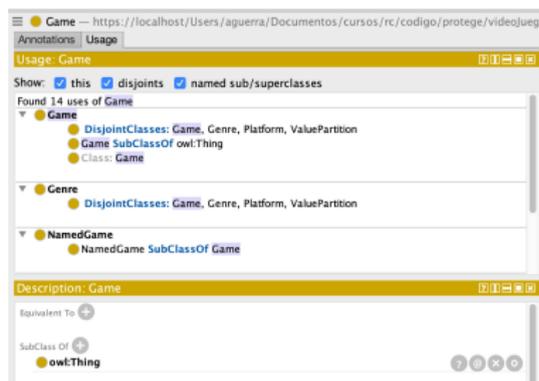
- owl:Thing
  - Genre
    - MultiPlayer
    - Online
    - Puzzle
    - RolePlayGame
    - SinglePlayer
  - ValuePartition
    - DifficultyValuePartition
      - Easy
      - Hard
      - Normal
  - Platform
    - iOS
    - Linux
    - MacOS
    - Windows
  - Game
    - NamedGame
      - Chess
      - LeagueOfLegends
      - Sudoku
      - WorldOfCraft

The right-hand pane shows the 'Description: owl:Thing' section, which is currently empty. The bottom status bar indicates 'To use the reasoner click Reasoner > Start reasoner' and 'Show Inferences' is checked.



# Axiomas

- ▶ Para ver los axiomas que definen las clases, haga clic en Usage.
- ▶ Agregue a la clase *Game* el axioma de que es sub-clase de *owl:Thing*:



- ▶  $Game \sqsubseteq Thing$
- ▶  $[AND\ Game\ Genre] \sqsubseteq Nothing$



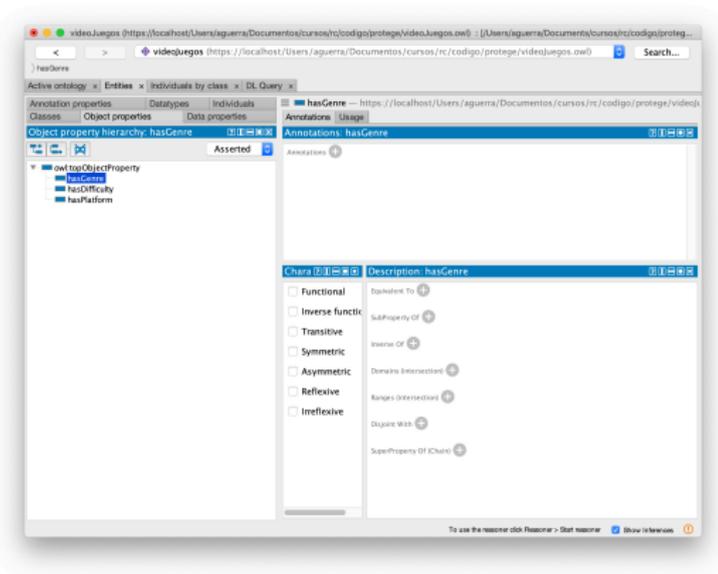
# ¿Qué sigue?

- ▶ ¿Qué tenemos?
  - ▶ Todas las **clases no definibles** en la ontología.
  - ▶ Una jerarquía inicial de clases, i.e., una **taxonomía**.
  - ▶ **Axiomas disjuntos** básicos (entre hermanos).
- ▶ ¿Qué nos hace falta?
  - ▶ **Propiedades** de objetos.
  - ▶ **Relaciones** entre clases.
  - ▶ **Clases definibles**.



# Propiedades I

- ▶ En la pestaña Object properties agregue las **propiedades** de tener plataforma, dificultad y género:



# Propiedades II

- ▶ Agregue a `hasPlatform` su dominio:

The screenshot shows the Protégé interface for the `hasGenre` property. The **Usage** tab is selected, displaying the following information:

- Usage: hasGenre**
- Show:**  this  disjoints
- Found 4 uses of hasGenre**
- hasGenre**
  - hasGenre Domain Game
  - ObjectProperty: hasGenre

The **Description: hasGenre** tab is also visible, showing the following characteristics and domains:

- Functional
- Inverse functional
- Transitive
- Symmetric
- Asymmetric
- Reflexive
- Equivalent To** (+)
- SubProperty Of** (+)
- Inverse Of** (+)
- Domains (intersection)** (+)
  - Game

- ▶  $[FILLS :hasPlatform Thing] \sqsubseteq Game$



# Propiedades III

- ▶ Ahora agregue como rango Platform.
- ▶  $Thing \sqsubseteq [ALL :hasPlatform Platform]$



# Axiomas

- ▶ ¿Qué tipo de axiomas podemos agregar?
  - ▶  $A \sqsubseteq C$ , una condición necesaria para  $A$ ;
  - ▶  $A \doteq C$ , una condición necesaria y suficiente para  $A$ .
- ▶ Para cada sub-clase de `namedGame` necesitamos expresar:
  - ▶ Chess puede instalarse en cualquier plataforma;
  - ▶ LeagueOfLegends es un juego online.
- ▶ `DifficultyValuePartition` necesita definirse correctamente, i.e., sus valores solo pueden ser Hard, Normal e Easy.
- ▶ Agregar clases definibles.

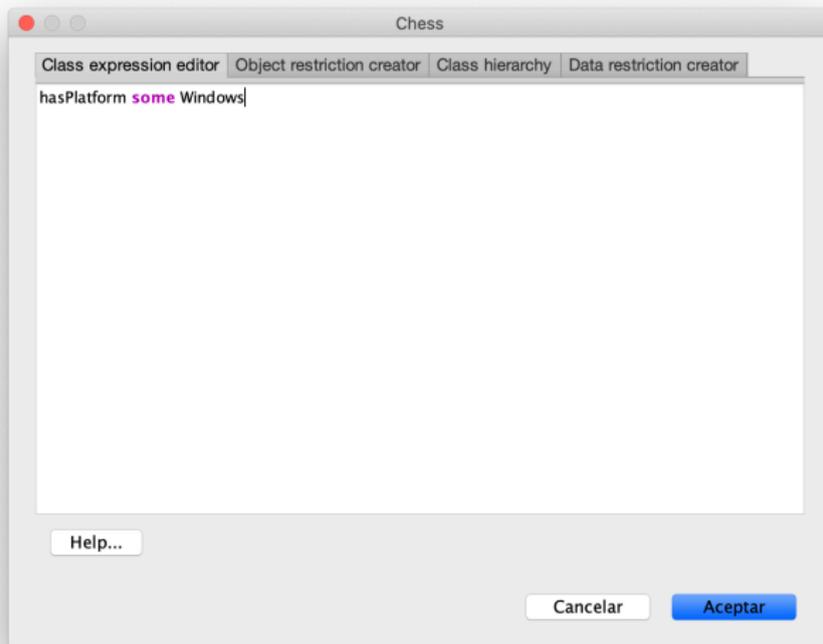


# Ejemplo $A \sqsubseteq C$

- ▶ Lenguaje natural: Chess puede jugarse en cualquier plataforma.
- ▶ En términos de la ontología: Chess tiene como plataforma Window, macOS y Linux.
- ▶ Formalmente:  $Chess \sqsubseteq [FILLS :hasPlatform Windows]$
- ▶ Manchester: `hasPlatform some Windows.`



# Agregar subclase en Protégé



# Resultado

Description: Chess

Equivalent To +

SubClass Of +

- hasDifficulty some Normal
- hasGenre some MultiPlayer
- hasGenre some SinglePlayer
- hasPlatform some Linux
- hasPlatform some MacOS
- hasPlatform some Windows
- NamedGame

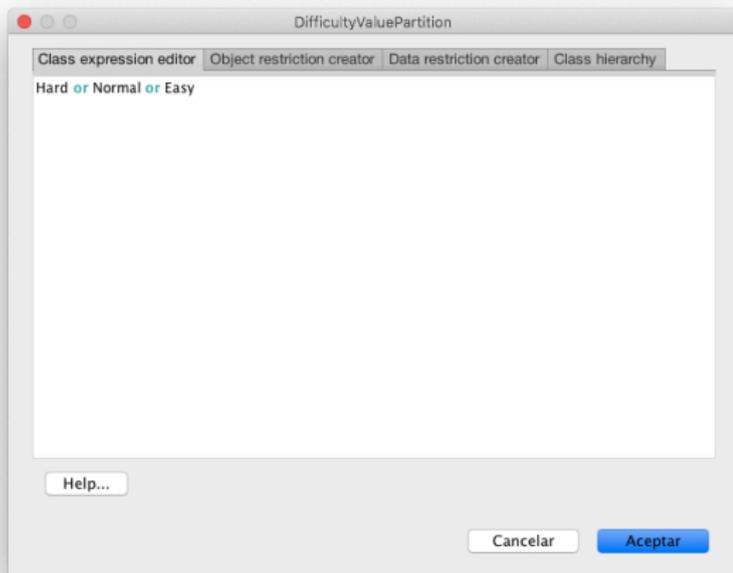
General class axioms +

SubClass Of (Anonymous Ancestor)



# Equivalencias

- ▶ Se puede mejorar DifficultyValuePartition:



# Cambiando las características de una Propiedad

- ▶ Vamos a hacer que `hasDifficulty` sea funcional:

The screenshot shows the Protégé interface for editing the `hasDifficulty` property. The left pane displays the object property hierarchy, and the right pane shows the configuration options for the property.

**Object property hierarchy: hasDifficulty**

- owl:topObjectProperty
  - hasGenre
  - hasDiffic...**
  - hasPlatfo...

**Usage: hasDifficulty**

Show:  this  disjoint

Found 8 uses of hasDifficulty

- Chess
- Chess SubClassOf hasDifficulty some Normal

**hasDifficulty**

- hasDifficulty Domain: Game
- hasDifficulty Range: DifficultyValuePartition
- ObjectProperty: hasDifficulty

**Characteristic: hasDifficulty**

- Functional**
- Inverse functional
- Transitive
- Symmetric
- Asymmetric
- Reflexive
- Irreflexive

**Description: hasDifficulty**

Equivalent To: +

SubProperty Of: +

Inverse Of: +

Domains Interaction: +

- Game

Ranges Interaction: +

- DifficultyValuePartition

Disjunct With: +

SuperProperty Of / Chain: +

To use the reasoner click Reasoner > Start reasoner  Show Inferences



# Clases definibles 1

- ▶ Vamos a agregar una clase definible MultiPlayerGame:

The screenshot shows the Protegé ontology editor interface. The main window displays the class hierarchy for 'MultiPlayerGame'. The left pane shows the ontology structure, with 'MultiPlayerGame' highlighted under the 'Game' class. The right pane shows the 'Usage' tab for 'MultiPlayerGame', indicating it is a subclass of 'Game' and has 4 uses. The 'Description' tab for 'MultiPlayerGame' shows its equivalence to 'Game' and its subclass relationship with 'MultiPlayer'.

Active ontology: MultiPlayerGame (https://localhost/Users/aguerra/Documents/cursos/rc/codigo/protege/videoJuegos.owl) | MultiPlayerGame — https://localhost/Users/aguerra/Documents/cursos/rc/codigo/protege/videoJuegos.owl

Annotation properties | Datatypes | Individuals | MultiPlayerGame | Annotations | Usage

Classes | Object properties | Data properties

Class hierarchy: MultiPlayerGame | Usage: MultiPlayerGame

Show:  this  disjoint  named sub/superclasses

Found 4 uses of MultiPlayerGame

- MultiPlayerGame
  - MultiPlayerGame
  - MultiPlayerGame subClassOf Game

Description: MultiPlayerGame

Equivalent to

SubClass of

- Game
- hasGenre some MultiPlayer

General class axioms

SubClass Of (Anonymous Ancestor)

Instances

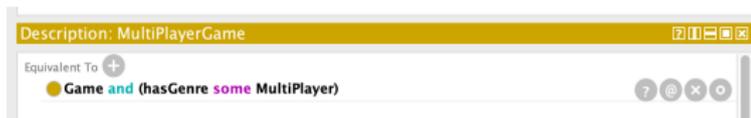
Target for Key

To use the resource click Resource > Start resource | Show in browser



# Clases definibles II

- ▶ Luego en el menú: Edit > Convert to Defined Class

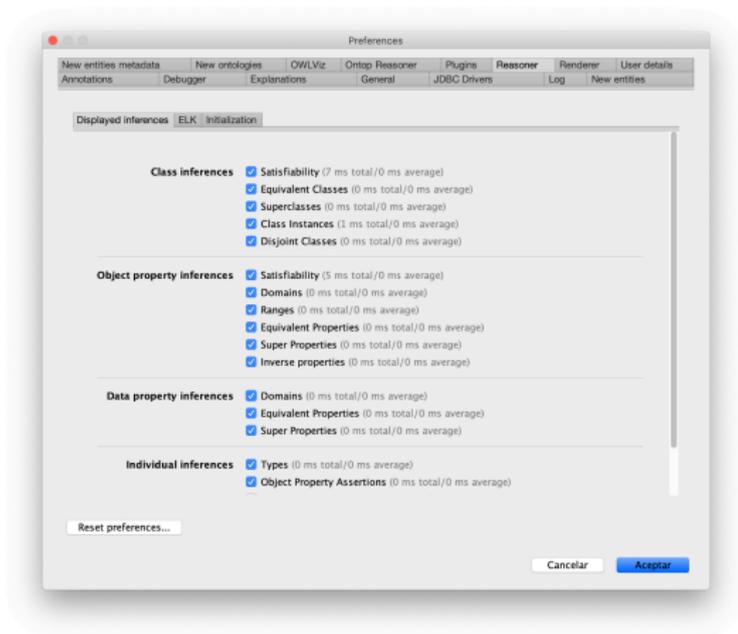


- ▶  $MultiPlayerGame \doteq [AND\ Game\ [FILLS\ :hasGenre\ MultiPlayer]]$



# Razonamiento I

- ▶ Seleccionar un razonador, p. ej., en el menú Reasoner > Hermit
- ▶ Configurarlo:



# Razonamiento II

- ▶ Finalmente Reasoner > Start reasoner
- ▶ Inferencias:

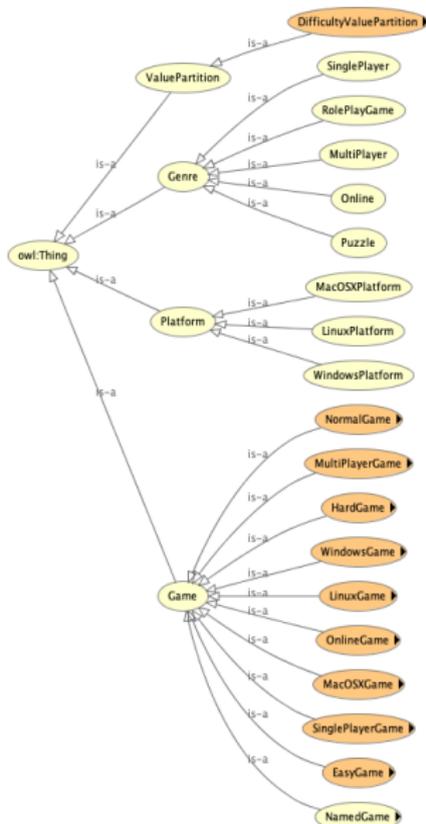
The screenshot shows the Protégé interface with the following components:

- Class hierarchy:** A tree view on the left showing the ontology structure. The 'Chess' class is highlighted under 'LinuxGame' > 'MultiPlatformGame'.
- Annotations:** A table on the right showing the inferred annotations for the 'Chess' class. The annotations are:
 

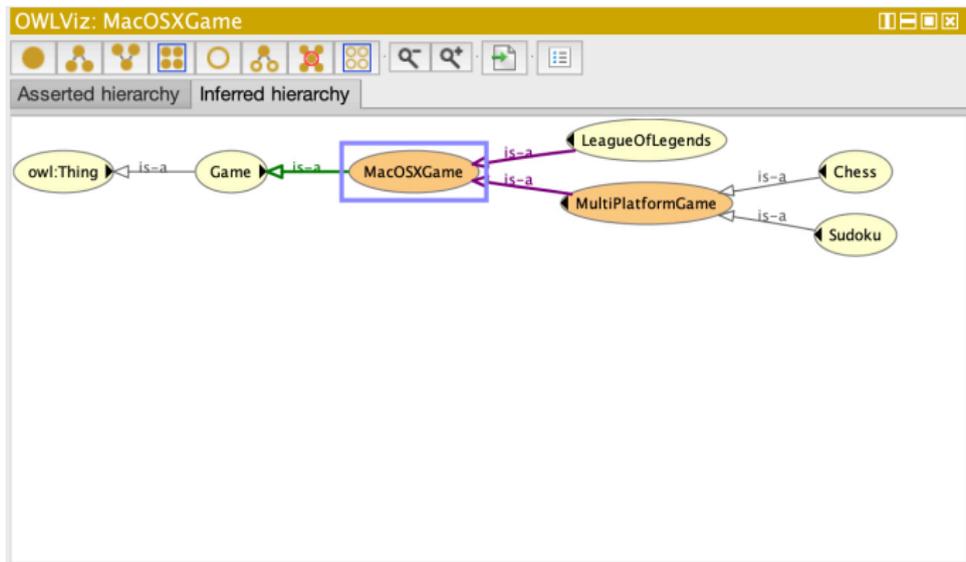
Annotation	Value
hasDifficulty	some Normal
hasGenre	some MultiPlayer
hasGenre	some SinglePlayer
hasPlatform	some LinuxPlatform
hasPlatform	some MacOSXPlatform
hasPlatform	some WindowsPlatform
NamedGame	
MultiPlatformGame	
MultiPlayerGame	
NormalGame	
SinglePlayerGame	
- Reasoner status:** A small indicator at the bottom right shows 'Reasoner active' and 'Show Inferences'.



# Gráficamente (owlViz)



# owlViz es navegable



## Consultas

The screenshot shows the Protégé interface with the following components:

- Browser:** Shows the URL `http://cgi.csc.liv.ac.uk/~frank/teaching/comp08/video game.owl`.
- Active ontology:** `Game` / `MacOSXGame`.
- Class hierarchy:** A tree view on the left showing the ontology structure. `MacOSXGame` is selected under the `Game` class.
- DL Query:** A query editor showing the query: `MacOSXGame and EasyGame`.
- Query results:** A table of results for the query:
 

Category	Class	Count
Equivalent classes (0 of 0)		
Superclasses (4 of 4)	EasyGame	1
	Game	2
	MacOSXGame	2
	owl:Thing	2
Direct superclasses (2 of 2)	EasyGame	1
	MacOSXGame	1
Direct subclasses (1 of 1)	Sudoku	1
Subclasses (2 of 2)	Sudoku	1
	owl:Nothing	1
Instances (0 of 0)		
- Query for:** A list of options:
  - Direct superclasses
  - Superclasses
  - Equivalent classes
  - Direct subclasses
  - Subclasses
  - Instances
- Result filters:**
  - Name contains:
  - Display owl:Thing (in superclass results)
  - Display owl:Nothing (in subclass results)
- Reasoner active:**  Show Inferences



# Referencias

- [1] F Baader et al. *The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications*. Second. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [2] RJ Brachman y HJ Levesque. *Knowledge representation and reasoning*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, 2004.
- [3] MA Musen. "The Protégé project: A look back and a look forward". En: *AI Matters* 1.4 (2015), págs. 4-12.

